

Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Õppekava: Hariduskorraldus

Marili Rõõm

GEOGEBRAGA SEOTUD ÕPPEMATERJALID KOOLIELU PORTAALIS JA
MATEMAATIKAÕPIKUTES NING MATEMAATIKAÕPETAJATE HINNANGUD
GEOGEBRA KASUTAMISELE 8. KLASSI GEOMEETRIA TEEMA KÄSITLEMISEL

Magistritöö

Juhendaja: dotsent Piret Luik

Tartu 2017

Sisukord

Sissejuhatus	4
1 Teoreetiline ülevaade IKT vahendite kasutamisest geomeetria õpetamisel	6
1.1 <i>Geomeetria ja selle õpetamine</i>	6
1.1.1 <i>Geomeetria õppekavas</i>	6
1.1.2 <i>Geomeetria õpetamine ja õppimine</i>	7
1.2 <i>Matemaatika ja IKT vahendid</i>	10
1.2.1 <i>Matemaatika õpetamine IKT vahenditega</i>	10
1.2.2 <i>Geomeetria õpetamine IKT vahenditega</i>	11
1.3 <i>Geomeetria õpetamine GeoGebraga</i>	13
1.3.1 <i>GeoGebra tutvustus</i>	13
1.3.2 <i>GeoGebra geomeetria õpetamisel</i>	14
1.4 <i>Uurimuse eesmärk ja uurimisküsimused</i>	15
2 Uurimus.....	18
2.1 <i>Uurimuse metoodika</i>	18
2.1.1 <i>Valim</i>	18
2.1.2 <i>Mõõtevahendid</i>	20
2.1.3 <i>Protseduur</i>	23
2.2 <i>Tulemused</i>	23
2.2.1 <i>Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikus leiduvad ülesanded</i>	23
2.2.2 <i>GeoGebraga seotud õppematerjalid</i>	25
2.2.3 <i>GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamine tundides</i>	30
2.2.4 <i>TIMSS 2013 oskused õppematerjalide kasutamisel</i>	31
2.3 <i>Arutelu</i>	32
2.3.1 <i>Piirangud</i>	34
2.3.2 <i>Rakendatavus</i>	35
3 Kokkuvõte.....	37
4 Summary	38
5 Tänuõnad.....	39
6 Autorsuse kinnitus	39
7 Kasutatud kirjandus	40
LISA 1. Geomeetria õpetamine Eesti, Rootsi ja Inglismaa õppekavades	
LISA 2. TIMSS 2003 ülesannete liigitus	
LISA 3. Ekraanipilt GeoGebra algebra- ja geomeetriavaatest	

LISA 4. Õppematerjalide analüüsi protokoll

LISA 5. Ankeet

LISA 6. Koolielu portaali ja matemaatikaõpiku ülesannete kaardistamise näide

LISA 7. Matemaatikaõpetajatele saadetud e-kiri

Sissejuhatus

Tänapäeval mõjutab tehnoloogia areng kõiki elu valdkondi ning puutumata ei jää ka haridus (Kepceoglu, 2016). Viimasel kolmel kümnendil on arendatud ja uuritud erinevaid info- ja kommunikatsioonitehnoloogia (IKT) vahendeid (hõlmab nii riist- kui tarkvara) matemaatika õpetamiseks ja õppimiseks (Zhang, Trussell, Gallegos, & Asam, 2015) ning IKT vahendid on olemas enamikes koolides üle maailma (Pilli & Aksu, 2013). Vaatamata sellele ei ole need sageli igapäevasesse õppesse integreeritud (Hohenwarter, Hohenwarter, & Lavicza, 2010). Nii välisriikides (nt. Doruk, Aktümen, & Aytekin, 2013; National curriculum in England..., 2014; Skolverket, 2011) kui Eestis (Põhikooli riiklik õppekava, 2014) rõhutatakse IKT vahendite kasutamist matemaatika õppeprotsessis riiklikul tasandil. Tehnoloogilised vahendid tuleks tuua matemaatika klassiruumi, et need kergendaksid õpilastel matemaatika õppimist (Doruk et al., 2013), probleemülesannete lahendamist, aitaksid arendada koostööoskust ja loovat mõtlemist (Matemaatika III kooliaste, 2015).

Erinevatest uuringutest on selgunud, et IKT vahendite kasutamine matemaatika õpetamisel omab positiivset mõju õpilaste saavutustele (nt. Kiriakidis & Geer, 2014; Zhang et al., 2015) ja õpimotivatsioonile (nt. Godzicki, Godzicki, Krofel, & Michaels, 2013; Lin & Jou, 2013) ning on muutnud õpilaste suhtumist matemaatikasse positiivsemaks (Pihlap 2010; Pilli & Aksu, 2013). Õpilased on tunnis aktiivsemad (Godzicki et al., 2013) ning neile pigem meeldib kui õppetöös IKT vahendeid kasutatakse (Lin & Jou, 2013; Tambovsteva, 2011). Üks raskemaid matemaatika valdkondi õpetajatele õpetamiseks (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016) ja õpilaste madalate õpitulemuste poolest (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012) on geomeetria - „matemaatika osa, mis uurib tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi“ (Abel & Lepmann, 2010, lk 44). IKT vahendite kasutamine õppetöös aitab tõsta õpilaste õpitulemusi ka geomeetria valdkonnas (nt Gambari, Ezenwa, & Anyanwu, 2014a; Gambari, Falode, & Adegbenro, 2014b; Martin & Velay, 2012; Tambovsteva, 2011) ning Eesti õpilased leidsid, et paraneb geomeetriast aru saamine (Pihlap, 2010) ja IKT vahendeid kasutades geomeetria õppimine meeldib õpilastele (Tambovsteva, 2011).

Kuigi Eestis kasutatavatesse matemaatikaõpikutesse on lisatud ülesandeid, mille lahendamine eeldab mõne IKT vahendi kasutamist (nt Kaljas, Lepik, Nurk, Telgmaa, & Undusk, 2013; Telgmaa, Undusk, & Nurk 2011), ning interneti keskkondades, millest õpetajate seas on üks enam kasutatavaid Koolielu portaali (Pruulmann-Vengerfeldt et al., 2012), on saadaval õppematerjale erinevate programmide tarbeks (nt. GeoGebra, s.a.; Koolielu, s.a.), on matemaatikaõpetajad Eestis (Pihlap, 2011; Pärn, 2014) ja mujal (Doruk et

al., 2013) välja toonud, et nad kasutaksid IKT vahendeid praegusest rohkem, kui leiduks piisavalt sobivaid õppematerjale. Selles magistritöös koondatakse mõiste õppematerjal alla kõik erinevad õppematerjalid erinevatel tehnilistel kujudel, mida saab õppimisel ja õpetamisel kasutada (Villems, 2008). Matemaatikaõpikus leiduvad ülesanded on üks õppematerjali liike. Eesti õpetajad tunnevad, et tundide ettevalmistamisel kulub õppematerjalide loomisele (Pärn, 2014) ning tarkvara otsimisele ja tundma õppimisele liigselt aega (Rõõm & Tõnisson, 2009).

Eesti matemaatikaõpetajate seas on uuritud, kuidas nad üldiselt on rahul olemasolevate IKT vahenditega seotud õppematerjalidega (Pihlap & Sild, 2009; Rõõm & Tõnisson, 2009), missuguste matemaatika teemade kohta võiks rohkem õppematerjale olla (Rõõm & Tõnisson, 2009) ning kuidas need mõjutavad tundide ettevalmistamist (Pihlap & Sild, 2009; Pärn, 2014). Magistritöö autorile teadaolevalt puudub ülevaade sellest, missugused GeoGebraga seotud õppematerjalid geomeetria õpetamiseks olemas on, milliseid oskuseid olemasolevad õppematerjalid õpilastelt nõuavad ning missuguseid õppematerjale ei leidu õpetajate jaoks piisavalt. Eeltoodust lähtuvalt on uurimuse eesmärgiks kaardistada Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes olevate õppematerjalide põhjal GeoGebraga seotud 8. klassi geomeetria teema õppematerjalid ning anda ülevaade matemaatikaõpetajate hinnangute põhjal GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamisest 8. klassi geomeetria teema käsitlemisel.

Magistritöö koosneb kahest suuremast peatükist, mis on jagatud väiksemateks alapeatükkideks. Esimene peatükk annab ülevaate matemaatika ja geomeetria kajastamisest õppekavas ning õpetamisest IKT vahenditega, välja tuuakse uurimuse eesmärk ning uurimisküsimused. Teine peatükk käsitleb uurimuse metoodikat, tulemusi ja tulemuste interpreteerimist.

1 Teoreetiline ülevaade IKT vahendite kasutamisest geomeetria õpetamisel

1.1 *Geomeetria ja selle õpetamine*

Selles alapeatükis kirjeldatakse geomeetria teema käsitlemist Eesti, Rootsi ja Inglismaa õppekavades ning antakse ülevaade geomeetria õppimisest ja õpetamisest, sh ühest geomeetria õpetamise mudelist. Käsitletakse Eesti õpilaste geomeetria alaseid tulemusi rahvusvahelistes uuringutes. Kuna uurimuse eesmärgi üheks pooleks on Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes olevate õppematerjalide põhjal GeoGebraga seotud 8. klassi geomeetria teema õppematerjalide kaardistamine, siis vaadeldakse, missuguste kriteeriumite põhjal õpilaste teadmiste ja oskuste taseme välja selgitamiseks ülesandeid koostatakse.

1.1.1 *Geomeetria õppekavas*

Algebra teema kõrval on matemaatika õppekavades väga olulisel kohal geomeetria (Hohenwarter & Jones, 2007). Geomeetria õpetatakse eraldi kursusena või koos teiste matemaatika teemadega (Aktas & Aktas, 2012; Hohenwarter & Jones, 2007). Geomeetria õpetamise eesmärkideks on loogilise mõtlemise ja ruumitaju arendamine, matemaatiliste argumentide lugema ja interpreteerima õppimine (National Council of ..., 1981). Põhikooli riiklikus õppekavas (2014) öeldakse, et läbi matemaatika õpetamise taotletakse, et III kooliastme lõpuks on õpilane võimeline lahendama igapäevaelus tekkivaid probleeme, mis lisaks teistele teguritele nõuavad ruumilist mõtlemist, oskab koostada ja lugeda lihtsamaid jooniseid.

Õpitulemusi ja õppesisu kajastatakse õppekavades erineva detailsusega. Põhikooli riikliku õppekava Lisa 3 (2011) järgi sisaldab õppesisu geomeetria teemasid, mida tuleb käsitleda (nt. „Kolmnurga mediaan ja raskuskese. Kolmnurkade sarnasuse tunnused. Hulknurkade sarnasus.“, lk 10) ning õpitulemuste all kirjeldatakse, missugused teadmised ja oskused õpilane peab omandama (nt. „kirjeldab kujundite omadusi ning klassifitseerib kujundeid ühiste omaduste põhjal“, lk 10). Näiteks Rootsi õppekavas aga on üldiselt kirja pandud geomeetria osad, millega tegeletakse (nt. geomeetrilised kujundid, nende omadused ja kujundite vahelised seosed) (Skolverket, 2011). Inglismaa õppekavas, kus matemaatikat peetakse õppekava läbimise aluseks (National curriculum in England..., 2014), on Eesti mõistes õppesisu ja õpitulemused ühendatud ning üsna detailselt välja toodud, milliseid teemasid käsitletakse ning missugused teadmised ja oskused õpilastel tuleb omandada (nt. kujundite muutmine, pööramine ja peegeldamine, omaduste tuvastamine ning kirjeldamine)

(Mathematics programmes..., 2013). Oluliseks peetakse õpitu rakendamist, sh probleemülesannete lahendamisel (Mathematics programmes..., 2013; Põhikooli riiklik õppekava Lisa 3, 2011). IKT vahendite kasutamist eraldi geomeetria teema juures käsitletakse vaadeldud õppekavadest vaid Eestis (Põhikooli riikliku õppekava Lisa 3, 2011). Detailsem ülevaade geomeetria teema kajastamisest õppekavades on toodud *Lisas 1*.

Eestis on III kooliastme matemaatika õpetamisele eraldatud 455 ainetundi, millest 122 tundi on antud geomeetria teemale. Üle poole geomeetria kursusest on ainetundide arvu järgi 8. klassis, 62 tundi, ning suuremateks alateemadeks on *Defineerimine ja tõestamine*, *Kolmnurk*, *Ringjoon ja korrapärane hulknurk*, *Kujundite sarnasus*. 7. klassis käsitletakse teemat *Hulknurk*, 9. klassis tegeletakse geomeetriliste kujunditega (Matemaatika III kooliaste, 2015). Sarnaselt Eestile (Põhikooli riiklik õppekava Lisa 3, 2011) on erinevate riikide õppekavades öeldud, et geomeetria õpetamisel tuleb kasutada IKT vahendeid (nt. Mathematics programmes..., 2013; Skolverket, 2011).

1.1.2 *Geomeetria õpetamine ja õppimine*. Matemaatikaõpetajad on leidnud, et geomeetria on õpetamiseks kõige raskem teema ja õpetajatel esineb sellega raskuseid (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016). Ka õpilaste õpitulemuste poolest on geomeetria üks problemaatilisi matemaatika valdkondi (Mullis et al., 2012). Õpetajad on välja toonud, et geomeetria on abstraktne ja õpilased ei suuda kujutada kolmemõõtmelisi kujundeid (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016) ning õpitegevused on õpetajakesksed (Toptaş, 2008). Kuigi uuringu TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) 2003 tulemuste järgi oli teema Geomeetria Eesti õpilastele üks edukaimaid valdkondi (Lepmann, 2005), näitasid PISA (*Programme for International Student Assessment*) 2012 tulemused, et õpilaste teadmistes on puudujääke geomeetria põhimõistete ja -oskuste kasutamisel, kolmemõõtmeliste objektide erinevatest külgedest kujutamisel, kaartide lugemisel ja tegemisel, kujundite esituse konstrueerimisel (Tire et al., 2013).

Mitmed autorid on ühe tähtsama geomeetria õpetamise mudelina välja toonud Van Hiele mudeli (nt. Battista 2002; Feza & Webb, 2005; Lee & Chen, 2014), mis koosneb geomeetria õpetamise viiest tasemest. Nelja esimese taseme kirjeldused, mis kehtivad Eesti mõistes I-IV kooliastme tasemele, on kajastatud *Tabelis 1*. Erinevatel tasemetel olevad inimesed ei pruugi üksteisest aru saada. See juhtub sageli ka õpetaja ja õpilaste vahel (Van Hiele, 1984) ning madalamatel tasemetel olevatele õpilastele võivad õpetaja seletused arusaamatuks jääda (Feza & Webb, 2005). Õpilased liiguvad enne järgmisele tasemele jõudmist tasemete vahel mitmeid kordi edasi-tagasi (Burger & Shaughnessy, 1986). Seetõttu

on oluline, et õpetaja mõistaks iga geomeetria õppimise taseme sisu ja omaks ülevaadet, missugusel tasemel õpilased on (Feza & Webb, 2005), ning kohandaks kasutatavat sõnavara ja õppe sisu vastavalt (Van Hiele, 1984). Van Hiele teooria järgi õpetades osalevad õpilased aktiivselt õppeprotsessis (Lee & Chen, 2014) ning õpetaja saab pakkuda õppimiskogemust õpilasele sobival tasemel (Feza & Webb, 2005).

Tabel 1. *Van Hiele geomeetria õppimise tasemed* (koostatud Van Hiele, 1984 põhjal)

Tase	Kirjeldus
Tase 0	Kujundeid tuntakse nende välimuse järgi. Näiteks tunneb õpilane ristküliku ära tema kuju järgi ning ristkülik erineb tema jaoks ruudust. Kui õpilasele on näidatud, mis on romb, ristkülik, ruut ja rööpkülik, siis ta on võimeline neil kujunditel vahet tegema. Sellel tasemel olev laps ei ole veel võimeline aru saama, et romb on ka rööpkülik, vaid näeb rombi kui erinevat kujundit.
Tase 1	Kujundit tuntakse tema omaduste põhjal. Kujund on õpilase jaoks ristkülik, kui tal on neli täisnurka ning diagonaalid ja vastasküljed on võrdsed. Kui õpilasele näidatakse joonestatud kujundit ja öeldakse, et joonestatud kujundil on neli täisnurka, on see ikkagi ristkülik, isegi kui kujund on halvasti joonestatud. Sellel tasemel ei ole omadused veel järjestatud, näiteks ruut ei ole identifitseeritud kui ristkülik.
Tase 2	Sellel tasemel on omadused järjestatud. Üks omadus eelneb või järgneb teisele omadusele. Ruutu tuntakse ka ristkülikuna, kuna sellel tasemel saavad oluliseks ka definitsioonid.
Tase 3	Sellel tasemel on mõtlemine deduktiivne – järeldused tehakse üldiselt üksikule. Aruteludes lähtutakse ka aksioomidest ning piisavatest ja tarvilikest tingimustest.

Selleks, et õpilastele õpetatav sisu jõukohasemaks muuta, tuleb õpetajatel õppeprotsessi planeerides arvestada õpilaste erinevate teadmiste tasemetega (Lee & Chen, 2014), kuna õpilased kasutavad uute teadmiste omandamisel oma eelnevaid teadmisi (Battista, 2002). Vajadusel peavad õpetajad õpilastele eelnevate teadmiste ebapiisavuse korral tuge pakkuma (Lee & Chen, 2014) ning andma õpilastele tegevuste lõpetamiseks vajalikul hulgal aega (Toptaş, 2008). Õpitava paremaks mõistmiseks peaksid õpetajad rõhutama matemaatika olulisust ja seostama õpitavat õpilaste igapäevaeluga (Lee & Chen, 2014). Juhised peaksid toetama probleemide uurimist ja lahendamist, mille käigus õpilased loovad, testivad ja parendavad oma arusaamist õpitavast (Battista, 2002), ning olema piisavalt põhjalikud, et õpilased mõistaksid, mida neilt oodatakse (Toptaş, 2008).

Rahvusvahelistes uuringutes lähenetakse õpilaste oskuste ja teadmiste välja selgitamiseks matemaatika ülesannete koostamisele erinevalt. Uuringu TIMSS 2013 ülesanded koostati nii, et nende lahendamine nõuab õpilastelt konkreetsete kognitiivsete oskuste rakendamist (Rahvusvaheline matemaatika ..., s.a.). PISA 2015 uuriti matemaatilist kirjaoskust, millega sooviti teada saada, kuidas õpilased oskavad koolis õpitut kasutada igapäeva eluga seotud probleemide lahendamisel (Tire et al., 2016). Kognitiivsed oskused jaotati neljaks: faktide ja protseduuride tundmine, mõistete kasutamine, rutiinsete ülesannete lahendamine ja arutlemine (Rahvusvaheline matemaatika ..., s.a.). Täpsem kirjeldus on välja toodud *Tabelis 2* ja ülesannete lahendamiseks vajaminevatest toimingutest annab detailsema ülevaate *Lisa 2*. Matemaatiline kirjaoskus jaotati kolmeks üldisemaks võimekuseks, millest esimene sisaldab eluliste olukordade formuleerimist matemaatika keeles. Eesmärgiks on luua matemaatiline mudel, mis kirjeldab käsitletavat olukorda. Mudeli loomise käigus on olulised ka näiteks matemaatika rakendusvõimaluste äratundmine ja sobiva matemaatilise esitlusviisi valimine. Teise võimekusena hinnatakse koostatud ülesande lahendamise oskust matemaatika vahendite abil. Vahendite all peetakse siin silmas näiteks matemaatika abivahendite, meetodite, mõistete kasutamisoskust, arutlusoskust, oskust esitada matemaatilisi kirjeldusi ja seletusi jne. Kolmanda võimekusena vaadeldi tulemuste tõlgendamise oskust. Selle all mõistetakse elulisest kontekstist lähtuva lahenduse ja tulemuste hindamist (Tire, et al., 2016).

Tabel 2. TIMSS 2003 Ülesande lahendamiseks vajaminevate kognitiivsete oskuste jaotus (koostatud Rahvusvaheline matemaatika ..., s.a. põhjal)

Kognitiivne oskus	Kognitiivse oskuse kirjeldus	Ülesande lahendamise toimingud
Faktide ja protseduuride tundmine	Faktidest moodustub matemaatilise mõtlemise baas, mis sisaldab teadmisi matemaatika keelest, matemaatilistest seostest ja omadustest. Protseduurid seovad omavahel matemaatika baasteadmised ja nende kasutamise rutiinsetes ülesannetes. Protseduuride eduka kasutamise aluseks on matemaatiliste tegevuste mäletamine, nende sooritamise reeglid ja rakendamine. Õpilased peavad tajuma, et mingi kindla protseduuri abil on võimalik lahendada mitmeid erinevaid ülesandeid.	Mäletamine, äratundmine, arvutamine, vahendite kasutamine

Mõistete kasutamine	Võimaldab õpilastel näha seoseid erinevate faktide vahel, kontrollida matemaatiliste väidete ja meetodite kehtivust, laiendada olemasolevaid teadmisi, esitada uusi matemaatilisi tõdesid.	Teadmine, liigitamine, eri viisidel esitamine, sõnastamine, eristamine
Rutiinsete ülesannete lahendamine	Rutiinsed ülesanded on õpilastele tuttavad ülesanded ning nende lahendamiseks on tarvis rakendada varem õpitud protseduure.	Valimine, modelleerimine, tõlgendamine, rakendamine, kontrollimine
Arutlemine	Arutlemine tähendab võimet loogiliselt ja süstemaatiliselt mõelda ning eeldab induktiivset mõtlemist, mis võimaldab õpilastel lahendada ülesandeid, millega nad varem kokku ei ole puutunud. Sellised ülesanded nõuavad teadmiste ja oskuste rakendamist uutes olukordades.	Hüpoteeside püstitamine, analüüsimine, hindamine, üldistamine, seostamine, sünteesimine, mitterutiinsete ehk probleemülesannete lahendamine, arutlemine/põhjendamine

1.2 Matemaatika ja IKT vahendid

GeoGebra on vaid üks tarkvaralistest lahendustest, mida matemaatika õpetamisel kasutada saab, ning see ei kata oma võimalustega matemaatika õpetamisel ära kõiki valdkondi. Selles alapeatükis kirjeldatakse, millised on erinevad tarkvaralised lahendused matemaatika (sh geomeetria) õpetamiseks ning kuidas see mõjutab õpilaste õpitulemusi ja suhtumist matemaatikasse.

1.2.1 *Matemaatika õpetamine IKT vahenditega.* Arvutid ja tahvelarvutid ning nendega kasutatav tarkvara on matemaatika õpetamisel ja õppimisel tuge pakkuvad vahendid. Uurimused on näidanud, et haridusliku tarkvara kasutamine on õpilaste õpitulemusi positiivselt mõjutanud (nt. Kiriakidis & Geer, 2014; Pilli & Aksu, 2013; Zengin, Furkan, & Kutluca, 2012; Zhang et al., 2015), õpilased on tarkvara kasutades üldiselt tunnis töötamisse süvenenud (Zhang et al., 2015) ning tehnoloogia kasutamine tõstab õpilaste arvamust matemaatikast ja arvutipõhisest õppest (Pilli & Aksu, 2013). Abi õppimisel ja õpetamisel on tarvis osaliselt seepärast, et paljudel õpilastel on matemaatikas probleeme baasteadmiste omandamisel (Zhang et al., 2015) ning õpilaste teadmiste ja oskuste tase ei vasta õpilastele seatud standartidele (Kiriakidis & Geer, 2014).

Haridusliku tarkvara abil saavad õpilased ülesannete lahendamisel edasi liikuda endale sobivas tempos, kohest tagasisidet oma lahenduskäikudele (Prank, 2009; Zhang et al., 2015) ja juhiseid ülesande lahendamiseks (Prank, 2009). See võimaldab õpilasel näha enda vigu, neid jooksvalt parandada ning otsida uusi lahenduskäike (Zhang et al., 2015) ka juhul, kui osa ülesandest on juba lahendatud. Haridusliku tarkvara poolt aktsepteeritakse erinevaid lahenduskäike (Prank, 2009) ning keerulisemad matemaatilised probleemid on võimalik osadeks jaotada ja läbi nendega tegelemise ka probleemi lahendamiseni jõuda (Zhang et al., 2015).

On olemas matemaatika õpetamiseks ja õppimiseks mõeldud haridusliku tarkvara, mis võimaldavad õpetajatel saada ülevaade õpilaste vea ja abi küsimise kohtadest (Prank, 2009) ja jälgida õpilaste progressi ülesannete lahendamisel (Zhang et al., 2015). Õpetajad näevad probleemseid kohti õpilaste lahendustes ning saavad selle põhjal edasisi õpitegevusi planeerida (Prank, 2009; Zhang et al., 2015) ja ka õpilasi hinnata (Kiriakidis & Geer, 2014). Lisaks võimaldab hariduslik tarkvara anda ette ülesannete täislahendused, sisaldades kõiki ülesande lahendamiseks vajalikke operatsioone (Prank, 2009). Tundide ettevalmistamisel ja läbiviimisel aitab hariduslik tarkvara materjali visualiseerida ja õpilaste jaoks atraktiivsemaks muuta ning tuua õppimisprotsessi enam sisse reaalse eluga seotud aspekte (Pilli & Aksu, 2013).

Õpetajad Eestis peavad arvutite kasutamist matemaatika õpetamisel vajalikuks (Pärn, 2013) ja oluliseks (Pihlap, 2011), kuid võrreldes teiste õppeainetega kasutatakse neid õpilaste ja õpetajate hinnangul matemaatikas vähem (Prei, 2013). Õpetajad on välja toonud, et arvuti kasutamise sagedust suurendaks parem juurdepääs arvutiklassile ja vajalike vahendite olemasolu matemaatikakabinetis. Lisaks soovitakse rohkem valmis õppematerjale (Pihlap 2011; Pärn, 2014) ning neid võiks olla iga õpiku juures (Pärn, 2014). Kuna õpetajate hinnangul saab IKT võimalusi kasutades tunnid muuta vaheldusrikkamaks ning matemaatika muutub õpilastele arusaadavamaks ning lihtsustub asjade meelde jätmine (Pihlap, 2011), hindavad õpetajad IKT vahendite õppetöös kasutamise mõju õpilaste õpitulemustele pigem positiivseks ja õpimotivatsioonile positiivseks (Pärn, 2014).

1.2.2 *Geomeetria õpetamine IKT vahenditega.* IKT vahendite kasutamist õppetöös nähakse ühe lahendusena õpilaste geomeetriaalaste teadmiste ja õpitulemuste tõstmiseks (Gambari et al., 2014b). Nn tavameetodil õppides pööravad õpilased pigem tähelepanu ülesandele õige vastuse leidmisele kui käsitletavast teemast aru saamisele (Hwang, Lin, Ochirbat, Shih, & Kumara, 2015). Van Hiele mudeli järgi erinevatel geomeetrilise mõtlemise

tasemetel olevatel õpilasel võimaldab IKT vahendite kasutamine produktiivselt koos töötada ning üksteiselt õppida (Battista, 2002). Teiselt pool saavad õpilased IKT vahendite abil õpitavat iseseisvalt uurida, siduda uued teadmised igapäevase eluga (Hwang et al., 2015) ja õpitavast paremini aru saada (Gecu & Ozdener, 2010). Õpilased suhtuvad tehnoloogia kasutamisse geomeetria õppimisel positiivselt (Hwang et al., 2015) ning see muudab matemaatika õpilastele meeldivamaks (Lee & Chen, 2014), aitab hirmust matemaatika ees üle saada (Doruk et al., 2013) ja mõista matemaatika vajalikkust (Lee & Chen, 2014). Uurimused on näidanud, et IKT vahendite kasutamine parendab õpilaste õpitulemusi nii madalamates (Gambari et al., 2014b; Martin & Velay, 2012) kui kõrgemates kooliastmetes (Gambari et al., 2014a) tunnis läbiviidud tegevustes, aga mitte kodutöodes (Hwang et al., 2015). IKT vahendite kasutamine võib uute teadmiste meeles püsimisele positiivset mõju avaldada (Gambari et al., 2014b), aga ei pruugi (Lee & Chen, 2014; Martin & Velay, 2012). IKT vahendite kasutamine geomeetria teema käsitlemisel võimaldab õpilastel õppeprotsessis olla aktiivne osaleja (Battista, 2002), kuigi edukamad on need õpilased, kelle teadmised enne IKT vahendite kasutamist on kõrgemal tasemel. Sellel ajal kui madalamate algteadmistega õpilased tegelevad baasprobleemide lahendamise, saavad kõrgemate algteadmistega õpilased IKT vahendite võimalusi kasutades rohkem praktikat (Lee & Chen, 2014).

Eestis on uurimused näidanud, et IKT vahendite kasutamine geomeetria õpetamisel ei pruugi õpilaste õppe edukusele mõju avaldada (Pihlap, 2010), aga võib seda mõjutada positiivselt (Tambovsteva, 2011). IKT vahendeid kasutanud õpilased leidsid, et sel moel õppimine aitab neil geomeetriat paremini mõista (Pihlap, 2010; Tambovsteva, 2011) ja õpilastele pigem meeldib, kui geomeetriat õpetatakse IKT vahendite abil (Tambovsteva, 2011). Õpilaste poolt toodi välja, et neile meeldisid tunnid arvutiklassis, kuna nad said ise kõike proovida ning ülesannete lahendamine oli mugavam ja lihtsam (Pihlap, 2010). Haridusliku tarkvara kasutamine suurendas õpilaste huvi õppimise (Tambovsteva, 2011) ja matemaatika vastu (Pihlap, 2010), muutes õppimise meeldivamaks (Tambovsteva, 2011), huvitavamaks ja arusaadavamaks. IKT vahendite kasutamine on õpilaste hinnangul nende suhtumist matemaatikasse muutnud nii positiivsemaks (Pihlap, 2010) kui negatiivsemaks (Tambovsteva, 2011). Siiski tunnevad õpilased, et tahaksid ka edaspidi õppimisel IKT vahendeid kasutada (Pihlap, 2010), kuigi leidis ka neid õpilasi, kellele valmistas IKT vahendite abil geomeetria õppimine raskusi (Tambovsteva, 2011). Õpilaste jaoks olid häirivaks tehnilised probleemid (aeglased arvutid), aeglane abi õpetaja poolt, ebamugavus

klassis (umbne ja ebamugavad toolid), keerulised õppematerjalid ja koostöö või selle puudumine (Pihlap, 2010). Eestis õpetajad on välja toonud, et õpitarkvaradest oskavad nad kasutada (Pärn, 2014) ja kasutavad kõige enam GeoGebrat (Prei, 2013).

1.3 *Geomeetria õpetamine GeoGebraga*

Selles alapeatükis antakse ülevaade GeoGebra kui programmi kasutamise võimalustest, positiivsetest külgedest ning puudustest. Kirjeldatakse, kuidas GeoGebrat kasutatakse geomeetria õppimisel ja õpetamisel ning millised tegurid soodustavad ja takistavad õpetajatel GeoGebra kasutamist.

1.3.1 *GeoGebra tutvustus.* GeoGebra loojateks on Markus Hohenwarter (GeoGebra Manual s.a) ja rahvusvaheline arendajate rühm (Botana et al., 2015; GeoGebra Manual s.a.). Oma mitmekülsuse (Botana et al., 2015) tõttu on see matemaatika õppimisel ning õpetamisel üks populaarsemaid programme (Tomić, 2013), mis võimaldab täiustada matemaatika õpet (Hall & Chamblee, 2013). GeoGebra on vabavaraline tarkvara (GeoGebra Manual s.a.), mis on kasutatav laua- ja sülearvutitega, nutiseadmetega ning veebipõhiselt (GeoGebra, s.a.). Kuigi GeoGebra sihtrühmaks on õpilased vanuses 10-18 ning nende õpetajad (Tomić, 2013), on see mõeldud õppimiseks ja õpetamiseks kõikidel haridustasemetel (GeoGebra Manual s.a.). GeoGebra on tõlgitud paljudesse keeltesse, sh eesti keelde (GeoGebra, s.a.). GeoGebraga loodud failid salvestatakse faililaiendiga *.ggb* (Sangwin, 2007). Lisaks teistele võimalustele saab tehtut printida, salvestada pildi failina ning luua dünaamilisi töölehti (GeoGebra Manual s.a.).

GeoGebra ühendab endas geomeetria, algebra, tabelarvutuse (GeoGebra, s.a.; Kepceoglu, 2016), statistika ja matemaatilise analüüsi (Kepceoglu, 2016). GeoGebral on mitu erinevat vaadet (GeoGebra Manual s.a.), aga on öeldud, et GeoGebrat iseloomustavad enim algebra- ja geomeetriavaated. See, mis on joonestatud geomeetriavaates, on näha ka algebravaates ja vastupidi (Doğan & Rukiye 2011; Sangwin, 2007). Näiteks on õpilasel võimalus lohistada joonestatud ringjoont ning korruga näha muudatusi ringjoone võrrandis algebravaates ja muutunud ringjoont geomeetriavaates (Tomić, 2013). Ekraanipilt GeoGebra algebra- ja geomeetriavaatest on toodud *Lisas 3*.

GeoGebra julgustab õpilasi eksperimenteerimise teel avastama (Hohenwarter & Fuchs, 2005; Tomić, 2013) ning läbi selle uusi teadmisi omandama (Tomić, 2013). GeoGebra on sobiv tarkvara ka rühmatööks, võimaldades õpilaste vahel tekitada matemaatilisi diskussioone (Fukawa-Connelly & Silverman, 2015). GeoGebra kasutamine on kergesti õpitav (Sangwin,

2007), see võimaldab kujundeid konstrueerida (Hohenwarter & Fuchs, 2005) ja õpitavat visualiseerida (Botana et al., 2015; Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016), tehtut lihtsalt kustutada ja uuesti teha, lisada uusi elemente, muuta nende järjestust (Tomić, 2013) ja aidata näha kujundite peidetud osasid (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016). Võrreldes samalaadsete programmidega ei võimalda GeoGebra lohistada kõiki objekte, animatsioonid on limiteeritud vaid liuguritele ning häirivaks võib muutuda kõikide loodud objektide märgistega tähistamine (Tomić, 2013). Vaatamata mõnede puudustele suhtuvad matemaatikaõpetajad GeoGebrasse ja selle mitmekülgsesse võimalustesse positiivselt (Hall & Chamblee, 2013). GeoGebra sobib õpetajatele õppematerjalide valmistamiseks (Hohenwarter & Fuchs, 2005) ning õpetajad koostavadki peamiselt GeoGebraga seotud õppematerjalid ise, kuna GeoGebra veebilehel ei kontrollita olemasolevate õppematerjalide kvaliteeti (Hall & Chamblee, 2013).

1.3.2 *GeoGebra geomeetria õpetamisel.* Õpetajate arvates on GeoGebra sobiv just geomeetria õpetamiseks, kuna GeoGebraga teiste teemade õpetamine nõuab rohkem kogemusi, pingutust ja kujutlusvõimet (Doruk et al., 2013). GeoGebral on potentsiaali, et aidata õpilastel geomeetria teemast paremini aru saada (Agyei & Benning, 2015; Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016) erinevate geomeetria alateemade õppimisel ja õpetamisel, nt ringjoon (Shadaan & Leong, 2013), kolmnurk (Doğan & Rukiye, 2011; Fahlberg-Stojanovska, 2010), tõestamine (Pham & Bertot, 2012). GeoGebra kasutamine mõjutab õpilaste õpitulemusi (Doğan & Rukiye, 2011; Shadaan & Leong, 2013) ja motivatsiooni positiivselt (Doğan & Rukiye, 2011), aitab õpilastel kiiremini järgmisele Van Hiele geomeetria mõistmise tasemele jõuda (Kutluca, 2013), tõstab õpilaste huvi matemaatika vastu, aitab neil üle saada hirmust matemaatika ees ja muudab matemaatika neile meeldivamaks (Doruk et al., 2013), kuna GeoGebra kasutamine võimaldab õpilastel olla õppeprotsessis aktiivne osaleja (Shadaan & Leong, 2013). Õpilased saavad eksperimenteerida (Doğan & Rukiye, 2011; Kutluca, 2013; Shadaan & Leong, 2013) ning arutleda õpetaja (Shadaan & Leong, 2013) ja teiste õpilastega (Kutluca, 2013; Shadaan & Leong, 2013) oma saavutuste üle ja vajadusel üksteist juhendada ja aidata (Shadaan & Leong, 2013). Seevastu leitakse ka, et õpilased ei kasuta tundide ajal GeoGebrat ning teisi IKT-põhiseid vahendeid eesmärgipäraselt ja teadlikult. Õpilased tajuvad õppetegevusi pigem arvutiga mängimisena. Esialgne põnevus on õpilastel kiire kaduma ning GeoGebraga tegevused muutuvad igavaks. Võivad tekkida probleemid distsipliiniga (Doruk et al., 2013).

GeoGebra ajakulukuse ja keerukuse osas lähevad õpetajate arvamused lahku. On neid, kelle arvates on GeoGebra tõhus tarkvara, kuna selle kasutamine ei nõua liialt aega (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016), sest GeoGebra on kasutajasõbralik (Hohenwarter et al., 2010). Leidub neid, kes peavad GeoGebrat programmina keeruliseks. Õpetajad tunnevad, et GeoGebra kasutamiseks piisavate oskuste omandamine võtab aega (Doruk et al., 2013), nii tundide ettevalmistamisel kui läbiviimisel. GeoGebra õppematerjalide koostamine on ajakulukas (Agyei & Benning, 2015) ning puudus on sobivatest valmis õppematerjalidest (Doruk et al., 2013). Teiselt poolt on õpetajatel olemas teadmised ja oskused GeoGebra tundide ettevalmistamiseks ning nende tundide sidumiseks olemasoleva õppetöö korraldamise plaaniga (Agyei & Benning, 2015).

Õpetajad on leidnud, et GeoGebra kasutamist õppetöös takistavad juhtkonnapoolne ebapiisav toetus IKT vahendite kasutamisele (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016), vajalike tehniliste vahendite puudumine (Doruk et al., 2013; Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016) ning õpetajate negatiivne suhtumine IKT vahenditesse (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016), sh GeoGebra tundma õppimisse ja kasutamisse (Doruk et al., 2013). Üks põhjustest, miks õpetajad GeoGebrat kasutada ei soovi, on see, et nende peamine eesmärk on kogu õppekavas ette nähtud materjal läbida ning õpilased eksamikis ette valmistada (Doruk et al., 2013). Õpetajate suhtumist parandab koolitustel osalemine (Agyei & Benning, 2015; Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016). Samas on uurimused näidanud, et GeoGebra aitab õppematerjali tõhusamalt läbida (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016), tunnid praktilisemaks ja huvitavamaks muuta ning luua tunnid, mis vastaksid õpilaste vajadustele (Agyei & Benning, 2015).

1.4 *Uurimuse eesmärk ja uurimisküsimused*

Geomeetria on koolis üks matemaatika olulisemaid (Hohenwarter & Jones, 2007), aga ka keerulisemaid osasid (Mullis et al., 2012, Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016). Eesti põhikoolides käsitletakse geomeetria kõige suuremas mahus 8. klassis (Matemaatika III kooliaste, 2015). Uurimused nii Eestis (Tambovsteva, 2011) kui väljaspool (Gambari et al., 2014; Gecu & Ozdener, 2010) on näidanud, et IKT vahendite kasutamine geomeetria õppimisel ja õpetamisel võib tõsta õpilaste õpitulemusi ning ka õpilastele meeldib IKT vahendite kasutamine (Hwang et al., 2015; Tambovsteva, 2011). On leitud, et GeoGebra on sobiv programm geomeetria õpetamiseks (Doruk et al., 2013) ning Eestis on GeoGebra laialdaselt kasutuses (Prei, 2013).

Õpetajad on välja toonud, et nad soovivad rohkem valmis olevaid õppematerjale (Pihlap 2011; Pärn, 2014), kuid magistritöö autorile teadaolevalt puudub ülevaade sellest, missuguseid materjale internetikeskkondades, millest Eestis on õppematerjalide otsimiseks kõige enam kasutatav Koolielu portaal (Pruulmann-Vengerfeldt et al., 2012), ja matemaatikaõpikutes GeoGebra kasutamiseks leidub ning missuguseid oskuseid need õpilastelt kasutamisel vajavad. GeoGebrat peetakse mitmekülgsete võimalustega programmiks (Hall & Chamblee, 2013), kuid puudub ülevaade sellest, missuguste meetoditega õpetajad GeoGebrat ja sellega seotud õppematerjale kasutavad. Eelnevast lähtudes on selle magistritöö eesmärgiks kaardistada Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes olevate õppematerjalide põhjal GeoGebra seotud 8. klassi geomeetria teema õppematerjalid ning anda ülevaade matemaatikaõpetajate hinnangute põhjal GeoGebra seotud õppematerjalide kasutamisest 8. klassi geomeetria teema käsitlemisel.

Üheks teguriks, miks õpetajad IKT vahendeid vähem kasutavad, on nii Eestis (Pärn, 2014) kui väljaspool (Doruk et al., 2013) sobivate õppematerjalide puudumine. Valmismaterjale soovitakse, kuna IKT-põhiste (sh GeoGebra) materjalide valmistamine on ajakulukas (Agyei & Benning, 2015; Pärn, 2014). Teiselt poolt on GeoGebra sobiv programm õppematerjalide valmistamiseks (Hohenwarter & Fuchs, 2005). Eestis on hakatud matemaatikaõpikutesse lisama spetsiaalselt mõne IKT vahendi kasutamist nõudvaid ülesandeid (nt. Kaljas et al., 2013; Telgmaa et al., 2011) ning internetis on saadaval erinevaid õppematerjale (nt. GeoGebra, s.a.; Koolielu, s.a.), mis võiksid õpetajatel aega kokku hoida ja suurendada IKT vahendite kasutamist õppetöös. Seoses eelnevaga püstitati kaks uurimisküsimust:

1. Milliste 8. klassi geomeetria alateemade kohta leidub Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes GeoGebra seotud õppematerjale?
2. Milliseid GeoGebra seotud õppematerjale ei leidu õpetajate hinnangul 8. klassi geomeetria teema käsitlemiseks piisavalt?

GeoGebra sobib õpilastele eksperimenteerimise teel avastamiseks (Hohenwarter & Fuchs, 2005; Tomić, 2013), diskussiooni tekitamiseks (Fukawa-Connelly & Silverman, 2015), kujundite konstrueerimiseks (Hohenwarter & Fuchs, 2005), õpitava visualiseerimiseks (Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016) nii tundide ajal kui kodutöodes (Hwang et al., 2015). Jätkuna eelnevatele uurimisküsimustele ja lähtudes GeoGebra mitmekülgsest püstitati kolmas uurimisküsimus:

3. Milliseid GeoGebra seotud õppematerjale ja milliste meetoditega matemaatikaõpetajad endi hinnangul 8. klassi tundides kasutavad?

Eesti õpilased on seoses IKT vahendite kasutamisega matemaatika õppimisel ja õpetamisel välja toonud, et nende jaoks olid kasutatud õppematerjalid keerulised (Pihlap, 2010). Õppematerjalide koostamisel lähtutakse erinevatest aspektidest, sh rahvusvahelistes uuringutes. Eesti õpilaste tulemused olid geomeetria valdkonnas uuringute TIMSS 2003 (Rahvusvaheline matemaatika ..., s.a.) ja PISA 2012 (Tire et al., 2013) võrdluses paremad TIMSS 2003 uuringus, kus ülesannete koostamise aluseks olid kognitiivsed oskused, mille rakendamist ülesande lahendamine nõudis (Rahvusvaheline matemaatika ..., s.a.). Eelnevast lähtudes püstitati neljas uurimisküsimus:

4. Milliseid TIMSS 2003 liigitusele põhinevaid oskuseid nõuavad Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes leiduvate GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamine õpilastelt?

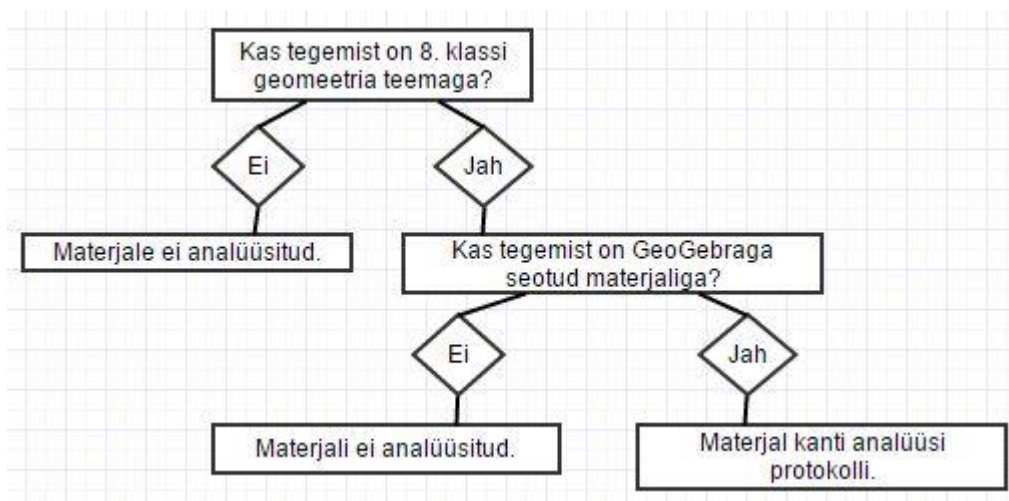
2 Uurimus

2.1 Uurimuse metoodika

Lähtuvalt magistritöö eesmärgist ning asjaolust, et autorile teadaolevalt ei ole varem uurimisküsimustes püstitatud teemasid uuritud, valiti uurimismeetodiks üks kvantitatiivse uurimuse strateegiatest, kaardistav uurimus. Kaardistava uurimusega kogutakse andmeid kindlal ajahetkel (Cohen, Manion, & Morrison, 2007), püütakse selgitada tegelikkuses valitsevaid asjaolusid (Virkus, 2010) ning sündmuste vahelisi seoseid. Kaardistava uurimuse tulemuste põhjal on võimalik teha üldistusi (Cohen et al., 2007).

2.1.1 *Valim.* Lähtudes uurimuse eesmärgi kahest osast, uuriti magistritöös kahte erinevat valimit. Ühe valimi moodustasid Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes 8. klassi GeoGebraga seotud geomeetria teema õppematerjalide kaardistamiseks Koolielu portaalis ja Koolibri kirjastuse poolt välja antud 8. klassi õpikus (Kaljas et al., 2013) olevad GeoGebraga seotud õppematerjalid. Internetikeskkondadest valiti Koolielu portaali, kuna õpetajad otsivad internetist õppematerjale peamiselt Koolielu portaalist (Pruulmann-Vengerfeldt et al., 2012) ning on leidnud, et seal olevad õppematerjalid on pigem head (Prei, 2013). Koolielu portaalis on olemas ainemoderaatorid, kes jälgivad, missuguseid õppematerjale avalikustatakse ja annavad autoritele nõu nii õppematerjalide sisu kui tehnoloogiliste vahendite kohta (Koolielu, s.a.), tagades sellega Koolielu portaalis olevate õppematerjalide kõrgema kvaliteedi võrreldes õppematerjalidega, mis on keskkondades, kus puudub sarnane kontroll. Koolibri kirjastuse poolt välja antud matemaatikaõpik (Kaljas et al., 2013) on ainus kasutusel olev 8. klassi õpik, mis sisaldab spetsiaalselt GeoGebraga lahendamiseks mõeldud ülesandeid. Õpikutest vaadeldi ka Avita (Kaldmäe, Kontson, Matiisen, & Pais, 2012) ja Mathema (Veelmaa, 2004) kirjastuste poolt välja antud 8. klassi matemaatikaõpikuid.

Koolielu portaalist ja õpikutest õppematerjalide kaardistamine toimus *Joonise 1* näitel. Kaardistamise viis läbi magistritöö autor ning tekkinud küsimuste korral konsulteeriti ühe matemaatikaõpetajaga. Koolielu portaalis oli III kooliastme geomeetria teema ülesandeid kokku 37, neist 14 olid seotud geomeetria ja GeoGebraga. Kahe õppematerjali faili ei õnnestunud avada ning analüüsi protokollis kanti 12 ülesannet. Analüüsimiseks valitud matemaatikaõpikus oli ülesandeid kokku 637, neist 21 juhis ütles, et lahendamiseks tuleb kasutada GeoGebrat. Kokku kaardistati 33 GeoGebraga seotud õppematerjali, millest 36 % oli Koolielu portaalist ning 64 % matemaatikaõpikust.



Joonis 1. Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikus leiduvate õppematerjalide kaardistamise mudel

GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamise uurimiseks 8. klassi geomeetria teema käsitlemisel moodustasid teise valimi eesmärgist lähtuva valimi alusel matemaatikaõpetajad, kes 2015/2016. õppeaastal õpetasid 8. klassis. Magistritöö valmimisele eelnenud õppeaasta valiti seepärast, et geomeetria teemat käsitletakse üldjuhul õppeaasta teises pooles. 8. klass valiti uurimiseks, kuna kõige enam IKT vahendeid kasutatakse 8. klassis (Prei, 2013) ja geomeetria osakaal on võrreldes teiste III kooliastme klassidega 8. klassis suurim (Matemaatika III kooliaste, 2015).

Lähtudes uurimuse eesmärgist sooviti uurimusse kaasata matemaatikaõpetajaid, kes on GeoGebrat tundide läbiviimisel varasemalt kasutanud. Kriteeriumiks seati see, et õpetaja on läbi viinud kolm või enam tundi, kus GeoGebrat kasutas õpetaja ise, näiteks jooniste tegemiseks ja õpilastele näitamiseks, või õpilased ülesannete lahendamiseks. Ankeedile vastas 49 matemaatikaõpetajat, kellest 45 (92%) olid naised. Vastanutest 26 (53%) töötasid maakoolis ning 23 (47%) linnakoolis. Täpsema ülevaate vastanutest annab Tabel 3.

Tabel 3. *Õpetajate taustaandmed*

Vanus	Sagedus	Protsent			
kuni 30	5	10			
31-40	6	12			
41-50	17	35			
51-60	18	37			
üle 61	3	6			
Kokku	49	100%			
Staaž matemaatika õpetajana	Sagedus	Protsent			
alla 1 aasta	0	0			
1 - 4 aastat	4	8			
5 - 10 aastat	10	20			
11 -20 aastat	12	25			
21 - 30 aastat	14	29			
üle 31 aasta	9	18			
Kokku	49	100			
GeoGebra kasutamise periood	Sagedus	Protsent			
alla 1 aasta	1	2			
1 - 3 aastat	13	27			
3 – 4 aastat	8	16			
üle 5 aasta	27	55			
Kokku	49	100			
Haridus	Sagedus	Protsent			
kesk- või keskeriharidus	0	0			
kõrgharidus	24	49			
magistrikraad	24	49			
muu	1	2			
Kokku	49	100			
Maakond	Sagedus	Protsent	Maakond	Sagedus	Protsent
Harjumaa	9	18	Põlvamaa	2	4
Hiiumaa	1	2	Raplamaa	4	8
Ida-Virumaa	6	13	Saaremaa	3	6
Jõgevamaa	2	4	Tartumaa	4	8
Järvamaa	3	6	Valgamaa	3	6
Läänemaa	0	0	Viljandimaa	2	4
Lääne-Virumaa	2	4	Võrumaa	0	0
Pärnumaa	6	13	Vastamata	2	4

2.1.2 *Mõõtevahendid.* Andmekogumisinstrumente oli kaks. Uurimuse eesmärgi esimese poole tarbeks, millega kaardistati Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikus olevad GeoGebra seotud õppematerjalid, kasutati analüüsi protokoll (Lisa 4), mis koostati magistritöö autori poolt. Protokoll koosnes kolmest osast. Esimene osa käsitles geomeetria alateemade kaetust ning sellega vaadeldi, missuguste geomeetria alateemade kohta

GeoGebraga seotud õppematerjale leidub. Geomeetria alateemad on koondatud kolmeks suuremaks teemaks, millest esimene sisaldab 13, teine kaheksa ja kolmas kuus alateemat. Alateemade loend pärineb matemaatika ainekavas esitatud õpiväljundite saavutamiseks välja toodud õppeprotsesside kirjeldusest (Matemaatika III kooliaste, 2015). Analüüsi protokollis esimeses osas kasutati binaarset skaalat, kus 1 tähendas seda, et vaadeldav ülesanne on selle alateema kohta käiv õppematerjal ning 0 seda, et vaadeldav ülesanne ei ole selle alateema kohta käiv õppematerjal.

Teises osas vaadeldi ülesande lahendamiseks vajaminevate GeoGebra tööriistade arvu, kuna erinevate tööriistade kasutamine võib õpilastelt eeldada suuremaid oskuseid GeoGebra kasutamisel. Vaadeldi seda, kas GeoGebra kasutamine omab lisafunktsiooni võrreldes ilma GeoGebrata „paberi ja pliiatsiga“ ülesande lahendamisel ning seda, kas ülesanne oleks lahendatav ka ilma GeoGebrata. Ülesande üldiste omaduste kaardistamisel lähtuti järgnevast:

- *Erinevate tööriistade arv ülesannete lahendamisel* – 0..n, kus 0 tähendas seda, et õppematerjali kasutamisel ei ole õpilastel vaja ühtegi tööriista kasutada ning n lahendamisel vajaminevate tööriistade arvu. Kui ühte tööriista oli ülesande lahendamisel tarvis mitu korda kasutada, siis pandi see kirja ühena. Kui ülesanne eeldas joonisel kujundi liigutamist, arvestati tööriistana sisse tööriist "Liiguta". Kui ülesanne eeldas arvutamist, siis lisati tööriistade hulka ka "Sisend:" kasutamine.
- *Kas ülesande lahendamisel peab kasutama GeoGebrat?* – 0 või 1, kus 0 tähendas seda, et vaadeldava ülesande saab sisuliselt lahendada „paberi ja pliiatsi“ abil. 1 tähendas seda, et GeoGebraga andis ülesande lahendamisel lisandväärtust, nt joonestatud kujundi kuju ja suuruse muutmise võimalus;
- *Terve ülesande lahendamine eeldab GeoGebra kasutamist* – 0 või 1, kus 0 tähendas seda, et ülesande lõpuni lahendamiseks tuli lisaks GeoGebra kasutamisele teha ka lisategevusi.

Kolmas osa sisaldas oskuseid, mida õpilastel vaadeldava ülesande lahendamiseks on vaja. Oskused jaotati uuringus TIMSS 2003 kasutatud grupeeringu alusel neljaks (Rahvusvaheline matemaatika ..., s.a.). Kasutati binaarset skaalat, kus 1 tähendas seda, et vaadeldava ülesande lahendamiseks on tarvis vähemalt ühte selle oskuse alla kuuluvatest toimingutest. 0 tähendas seda, et vaadeldava ülesande lahendamiseks ei olnud vaja ühtegi selle oskuse alla kuuluvatest toimingutest.

Uurimuse eesmärgi teise poole jaoks, millega kirjeldati matemaatikaõpetajate hinnangute põhjal GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamist 8. klassi geomeetria teema käsitlemisel, kasutati õpetajate hinnangute kogumiseks elektroonilist anonüümset ankeeti.

Küsimused on toodud *Lisas 5*. Veebipõhine ankeet valiti, kuna ankeedi administreerimine on võrreldes nn traditsioonilise ankeediga lihtsam ja vähem aeganõudev (Gill, Leslie, Grech, & Latour, 2013), vastajate aktiivsus on suurem (Barrios, Villarroya, Borrego, & Ollé, 2011) ja vastused tagastatakse kiiremini (Hayslett & Wildemuth, 2004). Tagastatud andmed on kvaliteetsemad (Gill et al., 2013), kuna ankeedi täitmisel esineb vähem vigu (Barrios et al., 2011).

Ankeet koostati magistritöö autori poolt toetudes läbiviidud uurimustele (Agyei & Benning, 2015; Doruk et al., 2013; Pruulmann-Vengerfeldt et al., 2012; Prei, 2013; Pärn, 2014; Rõõm & Tõnisson, 2009) ning lähtudes uurimisküsimustest. Ankeedis olevad 58 väidet olid jaotatud nelja kategooriasse, millest esimene käsitles õpetajate üldist GeoGebra kasutamist. Esimeses osas oli kokku 11 väidet, neist kaheksale vastamisel kasutati Likert'i skaalat, kus 1 tähendas, et väitega ei oldud üldse nõus, ja 5, et väitega oldi täiesti nõus. Teise küsimuste plokiga uuriti missuguseid GeoGebraga seotud õppematerjale matemaatikaõpetajad geomeetria teema käsitlemisel tundides kasutavad. Küsimuste teises osas oli 20 väidet. Kasutati Likert'i skaalat, kus 1 tähendas mitte ühelgi korral, 2 – vähem kui pooltes tundides, 3 – umbes pooltes tundides, 4 – rohkem kui pooltes tundides, 5 – peaaegu igas tunnis. 23 väitest koosnev kolmas plokk sisaldas küsimusi GeoGebraga seotud õppematerjalide kohta. Likert'i skaalat kasutati sarnaselt eelmise plokiga. Neljas küsimuste plokk sisaldas kuus väidet vastajate taustainformatsiooni kohta. Ankeedi lõpus oli vastajatel võimalik tähelepanekuid ja soovitusi edastada avatud vastusena.

Põhiuurimusele eelnevalt viidi 2016. aasta novembri kuus läbi pilootuurimus, mille eesmärgiks oli tõsta koostatud ankeedi sisu valiidsust ning hinnata, kas ankeet annab vastused uurimisküsimustele. Pilootuurimuses kasutati elektroonilist ankeeti ning osales 8 mugavusvalimi järgi valitud 8.klassi matemaatikaõpetajat. Õpetajatel oli võimalus avaldada arvamust ning esitada ettepanekuid ankeedi muutmiseks. Selleks oli iga küsimuste plokki juurde lisatud kommentaari lahter, mida õpetajad soovi korral täitsid. Pilootuurimuse tulemuste põhjal lisati esimese plokki väitele *Algteadmised GeoGebrast omandasin*: vastusevariant *õpetajakutset omandades*, eemaldati teistest plokist väide *Kasutan GeoGebrat kontrolltööde koostamisel*, teises ja kolmandas plokis lisati väidetele sissejuhatav lause, et muuta väited lühemaks ning tehti väidete tekstides üksikuid sõnalisi muudatusi. Pilootuuringu tulemused ankeedi muutmise tõttu magistritöös ei kajastu. Põhiuurimuses kasutatud ankeedi reliaablus oli sisereleiaabluse koefitsiendi Cronbach'i alfa (*Cronbach's Alpha*) järgi õppematerjalide tundides kasutamise plokil 0,78 ja õppematerjalidega seotud plokil 0,95.

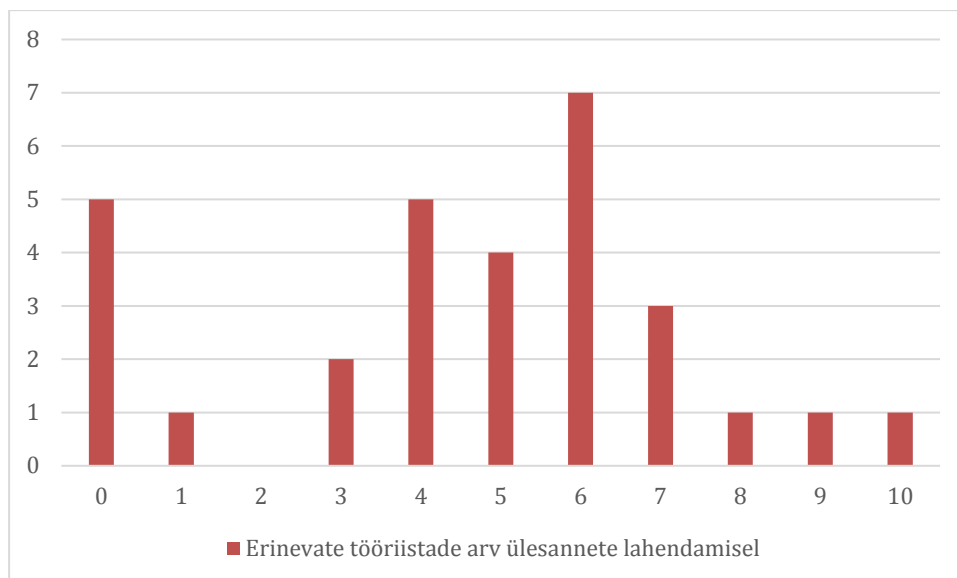
2.1.3 *Protseduur.* Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikus leiduvate õppematerjalide kaardistamine viidi läbi 2016. aasta augustis ja novembris. Ülesannete kaardistamise näide on koostatud õpiku (Kaljas et al., 2013) ülesande 707 põhjal ning välja toodud *Lisas 6*. Ankeedi abil andmete kogumine viidi läbi 2017. aasta jaanuaris ja veebruaris. Ühendust võeti TÜ matemaatika didaktika lektori Sirje Pihlap'iga ja Harjumaa, Ida-Virumaa, Läänemaa, Raplamaa, Tartumaa, Viljandimaa, Võrumaa maavalitsuste haridusspetsialistidega, kellel paluti edastada ankeet matemaatikaõpetajatele e-kirja teel (*Lisa 7*) ning matemaatikaõpetajate blogi administraatoritega, kes lisasid ankeedi lingi *Matemaatikaõpetajate ajaveebi* (Matemaatikaõpetajate ajaveeb, s.a.). Vastata paluti õpetajatel, kes 2015/2016. õppeaastal õpetasid 8. klassis matemaatikat ja olid tunni läbiviimisel kasutanud GeoGebrat kolm või enam korda.

Uurimuse eetilise tagamise aspektidest, mis Cohen et al. (2007) raamatus on välja toodud, tutvustas autor ennast ning uurimuse eesmärgi ja praktilist väärtust e-kirjas ning ankeedi sissejuhatuses. Ankeet oli anonüümne ja vastamine vabatahtlik. Tulemused anti üldistatult ning tulemusi ei seostatud ühegi vastaja isikuga.

Ankeedist ning Koolielu portaali ja matemaatikaõpiku kaardistamistulemustest tulenevate andmete töötlemiseks kasutati statistilist andmetöötlustarkvara SPSS 24, eelnevalt korrastati tagastatud ankeetide vastused ja analüüsi protokoll tabelitöötlusprogrammiga MS Excel 2016. Kuna õppematerjalide kaardistamisel uuriti üldkogumit, siis esimese ja neljandale uurimisküsimusele vastamisel kasutati protsentjaotust. Teisele ja kolmandale uurimisküsimuse puhul kasutati Friedmani testi ja Wilcoxon'i märgitesti, kuna ankeedis kasutati hinnangute kogumiseks järjestikaskaalat ning võrreldi tunnuseid.

2.2 *Tulemused*

2.2.1 *Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikus leiduvad ülesanded.* Kaardistatud ülesannetest 25 (76%) eeldavad lahendamisel GeoGebra kasutamist, 8 (24%) ülesande korral tuli ülesande lõpuni lahendamiseks lisaks GeoGebra kasutamisele teha ka lisategevusi. 50% ülesannete korral annab GeoGebra kasutamine ülesande lahendamisel lisaväärtust. *Joonis 2* annab ülevaate ülesande lahendamiseks vajaminevate erinevate tööriistade kohta.



Joonis 2. Erinevate tööriistade arv ülesannete lahendamisel (N=30)

Kaardistatud GeoGebra seotud õppematerjalidest oli geomeetria suurema alateema *Ringjoon ja korrapärane hulknurk* kohta 18 (55%), alateema *Defineerimine ja tõestamine*. *Kolmnurk* kohta 8 (24%) ja *Kujundite sarnasus* jaoks 7 (21%) õppematerjali. Täpsema ülevaate annab Tabel 4.

Tabel 4. Geomeetria alateemade jaoks leiduvad GeoGebra seotud õppematerjalid*

Defineerimine ja tõestamine. Kolmnurk	
Alateema	Ülesannete arv
Kahe sirge lõikamisel kolmanda sirgega tekkivad nurgad	1 (3%)
Kolmnurga kesklõik, selle omadus	1 (3%)
Kolmnurga mediaan	3 (9%)
Mediaanide lõikepunkt, selle omadus	2 (6%)
Trapets	1 (3%)
Trapetsi kesklõik, selle omadus	1 (3%)
Muu	1 (3%)
Ringjoon ja korrapärane hulknurk	
Kesknurk	3 (9%)
Piirdenurk, selle omadus	5 (15%)
Kolmnurga ümber- ja siseringjoon	4 (12%)
Kõõl- ja puutuja hulknurk, apoteem	6 (18%)
Muu	2 (6%)
Kujundite sarnasus	
Võrdelised lõigud	4 (12%)
Sarnased kolmnurgad	4 (12%)
Sarnaste hulknurkade pindalade suhe	1 (3%)

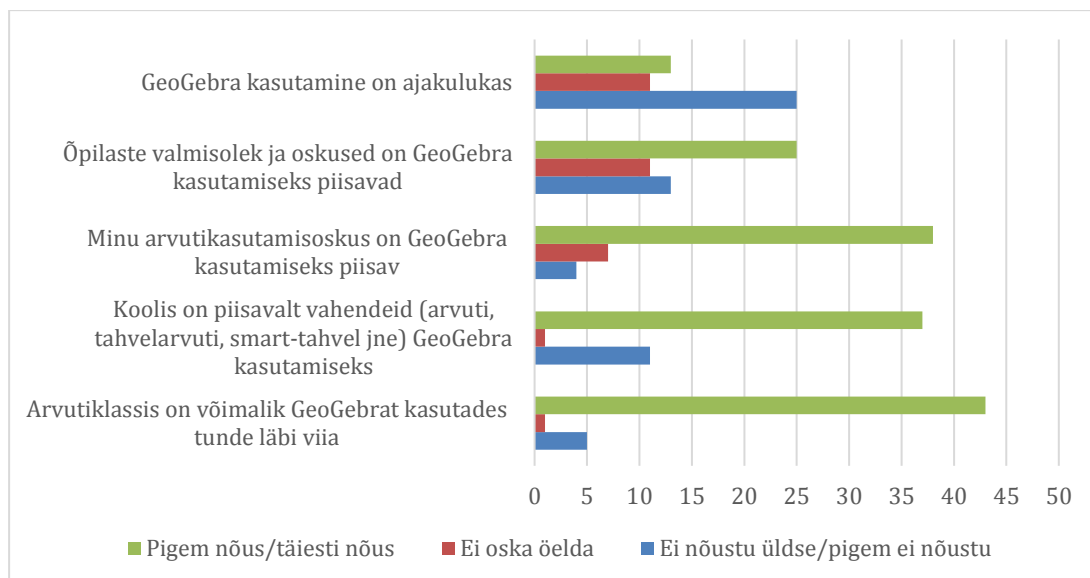
Märkus. * - kuna mitmed ülesanded katavad ära mitu geomeetria väiksemat alateemat, siis tervik ei ole 100%

27 (82%) kaardistatud ülesannetest oli koostatud ühe väiksema geomeetria alateema kohta, 6 (18%) ülesannet katsid kaks väiksemat alateemat. 13 (48%) väiksema geomeetria alateema kohta ei leidunud matemaatikaõpikus ja Koolielu portaalis GeoGebra seotud õppematerjale. Loetelu on toodud *Tabelis 5*.

Tabel 5. Geomeetria väiksemad alateemad, mille kohta ei leidunud GeoGebra seotud õppematerjale

Defineerimine ja tõestamine. Kolmnurk	Ringjoon ja korrapärane hulknurk	Kujundite sarnasus
Definitsioon	Ringjoone kaar	Kolmnurkade sarnasuse tunnused
Aksioom	Kõõl	Sarnaste hulknurkade ümbermõõtude suhe
Teoreemi eeldus ja väide	Ringjoone lõikaja ja puutuja	Maa-ala kaardistamise näited
Näiteid teoreemi tõestamise kohta Kahe sirge paralleelsuse tunnused Kolmnurga välisnurk, selle omadus Kolmnurga sisenurkade summa	Ringjoone puutuja ja puutepunkti joonestatud raadiuse ristseis	

2.2.2 *GeoGebra seotud õppematerjalid.* Joonisel 3 on toodud õpetajate hinnangud väidetele, mis kajastavad GeoGebra kasutamise eelduseid. Õpetajad hindavad enda arvutikasutamisoskust kõrgemalt kui õpilaste valmisolekut ja oskuseid GeoGebra kasutamiseks. Väidetele „Minu arvutikasutamisoskus on GeoGebra kasutamiseks piisav“ ja „Õpilaste valmisolek ja oskused on GeoGebra kasutamiseks piisavad“ antud hinnangute vahel esineb statistiliselt oluline erinevus (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-3,56$; $p<0,01$).



Joonis 3. GeoGebra kasutamise eeldused

Statistiliselt oluline erinevus on õpetajate hinnangute põhjal *Tabelis 6* kajastatud väidetest esimese „GeoGebraga seotud materjalidest olen tundides kasutanud enda koostatud materjale“ ja neljanda „GeoGebraga seotud materjalidest olen tundides kasutanud koolitusel enda koostatud materjale“ väite vahel (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-3,67$; $p<0,01$). Esimesel väitel ei esinenud statistiliselt olulist erinevust teise ja kolmanda väitega ($p>0,05$).

Tabel 6. GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamine tundides (N=49)

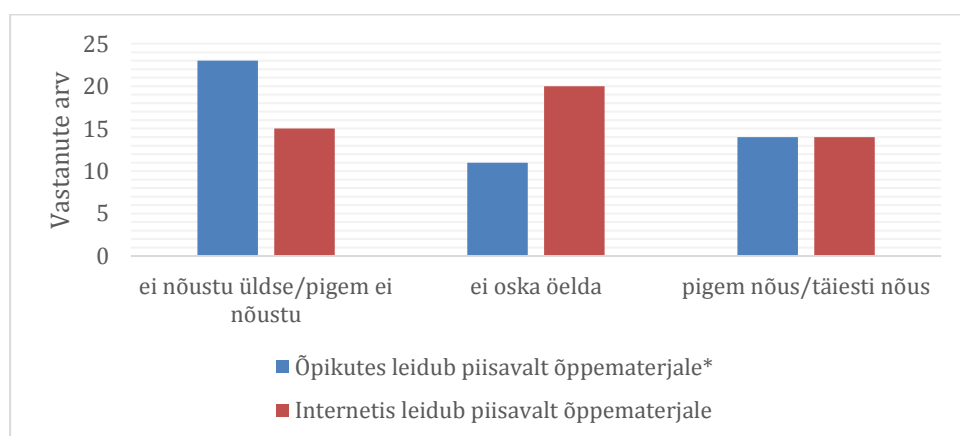
Väide	Mitte ühelgi korral	Vähem kui pooltes tundides	Umbes pooltes tundides	Rohkem kui pooltes tundides	Peaaegu igas tunnis
<i>GeoGebraga seotud materjalidest olen tundides kasutanud</i>					
enda koostatud materjale	6 (12%)	21 (43%)	11 (23%)	7 (14%)	4 (8%)
internetis olevaid materjale	10 (21%)	29 (59%)	4 (8%)	4 (8%)	2 (2%)
õpikus olevaid materjale	12 (25%)	26 (53%)	6 (12%)	5 (10%)	0 (0%)
koolitusel enda koostatud materjale	19 (39%)	21 (43%)	4 (8%)	4 (8%)	1 (2%)
koolitusel teiste poolt koostatud materjale	22 (45%)	21 (43%)	2 (4%)	4 (8%)	0 (0%)

Tabel 7 kajastab GeoGebra kasutamist tundide ettevalmistamisel, läbiviimisel ja kodutööde andmisel. Õpetajate poolt antud hinnangute põhjal on statistiliselt oluline erinevus esimese „Kasutan GeoGebrat tundide läbiviimisel“ ja teise „Kasutan GeoGebrat tundide ettevalmistamisel“ väite vahel (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-3,01$; $p<0,05$). Statistiliselt oluline erinevus esines õpetajate hinnangutes ka teise „Kasutan GeoGebrat tundide ettevalmistamisel“ ja kolmanda väite „Kasutan GeoGebrat õpilastele kodutööde andmisel“ vahel (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-5,29$; $p<0,01$).

Tabel 7. GeoGebra kasutamine

Väide	Ei nõustu üldse/pigem ei nõustu	Ei oska öelda	Pigem nõus/täiesti nõus	Vastanute arv
Kasutan GeoGebrat tundide läbiviimisel	4 (8%)	0 (0%)	44 (90%)	48
Kasutan GeoGebrat tundide ettevalmistamisel	14 (29%)	1 (2%)	34 (69%)	49
Kasutan GeoGebrat õpilastele kodutööde andmisel	37 (76%)	1 (2%)	11 (22%)	49

Õpetajate poolt antud hinnangute põhjal puudub väidete „Õpikutes leidub minu arvates piisavalt GeoGebraga seotud materjale 8. klassi geomeetria teema käsitlemiseks“ ja „Internetis leidub minu arvates piisavalt GeoGebraga seotud materjale 8. klassi geomeetria teema käsitlemiseks“ vahel statistiliselt oluline erinevus (Wilcoxon'i märgitestiga $p>0,05$). Ülevaate annab *Joonis 4*.



Joonis 4. Õpikutes ja internetis leiduvate GeoGebraga seotud õppematerjalide piisavus

Õppematerjalide olemasolust geomeetria alateemade käsitlemiseks annab ülevaate Tabel 8. Statistiliselt oluline erinevus on õpetajate hinnangute põhjal neljanda väite „Olen leidnud piisavalt GeoGebraga seotud materjale teema *Kujundite sarnasus* käsitlemiseks“ ja viienda väite „Olen leidnud piisavalt GeoGebraga seotud materjale teema *Defineerimine ja tõestamine* käsitlemiseks“ vahel (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-3,04$; $p<0,05$). Eelnevate väidete vahel statistiliselt olulist erinevust ei leidunud.

Tabel 8. Geomeetria alateemade käsitlemiseks leiduvad GeoGebraga seotud õppematerjalid

Väide <i>Olen leidnud piisavalt GeoGebraga seotud materjale</i>	Ei nõustu üldse/pigem ei nõustu	Ei oska öelda	Pigem nõus/täiesti nõus	Vastanute arv
teema <i>Kolmnurk</i> käsitlemiseks	11 (22%)	7 (14%)	30 (61%)	48
teema <i>Ringjoon</i> käsitlemiseks	12 (25%)	8 (16%)	27 (55%)	47
teema <i>Korrapärane hulknurk</i> käsitlemiseks	14 (27%)	12 (25%)	21 (43%)	47
teema <i>Kujundite sarnasus</i> käsitlemiseks	19 (39%)	16 (33%)	13 (27%)	48
teema <i>Defineerimine ja tõestamine</i> käsitlemiseks	26 (53%)	15 (31%)	7 (14%)	48

Õpetajate hinnangute põhjal ei leidunud statistiliselt olulist erinevust olemasolevate õppematerjalide vahel, mille kasutamine nõuab õpilastelt erinevaid oskuseid (Friedmani testiga $p>0,05$). Tulemused on Tabelis 9.

Tabel 9. GeoGebraga seotud õppematerjalid TIMSS 2003 oskuste jaotuse alusel

Väide <i>Olen leidnud piisavalt GeoGebraga seotud materjale</i>	Ei nõustu üldse/pigem ei nõustu	Ei oska öelda	Pigem nõus/täiesti nõus	Vastanute arv
mida õpilased saavad kasutada rutiinsete ülesannete lahendamisel	19 (39%)	14 (29%)	15 (31%)	48
mille kasutamisel õpilased saavad rakendada õpitud mõisteid erinevates situatsioonides	20 (41%)	15 (31%)	13 (27%)	48
mille kasutamisel on õpilastel vaja tunda fakte ja protseduure	21 (43%)	14 (27%)	13 (27%)	48
milles suunatakse õpilasi arutelule	25 (51%)	19 (39%)	4 (8%)	48

Väitega „Olen leidnud piisavalt GeoGebra seotud materjale, mida andekate õpilastega kasutada“ nõustus 14 (27%), väitega „Olen leidnud piisavalt GeoGebra seotud materjale, mida nõrgemate õpilastega kasutada“ oli nõus 4 (8%) vastanut. Nende väidetele antud hinnangute vahel leidub statistiliselt oluline erinevus (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-3,11$; $p<0,05$).

Tabelis 10 on välja toodud õpetajate hinnangud õppematerjalidele, mida saab kasutada töölehtede, konspektide või kontrolltöödena. Õpetajate hinnangute põhjal leidub kõige enam õppematerjale, mida saab kasutada töölehtedena (võrdluses teisel kohal oleva väitega „Olen leidnud piisavalt GeoGebra seotud materjale, mida kasutada õpilaste konspektidenä“) (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-3,71$; $p<0,01$).

Tabel 10. GeoGebra seotud õppematerjalid, mida kasutada töölehtede, konspektide või kontrolltöödena

Väide <i>Olen leidnud piisavalt GeoGebra seotud materjale</i>	Ei nõustu üldse/pigem ei nõustu	Ei oska öelda	Pigem nõus/täiesti nõus	Vastanute arv
mida kasutada töölehtedena	19 (39%)	10 (20%)	18 (37%)	47
mida kasutada õpilaste konspektidenä	32 (65%)	10 (20%)	6 (12%)	48
mida kasutada kontrolltöödenä	32 (65%)	13 (27%)	2 (4%)	47

Tabel 11 ja *Tabel 12* annavad ülevaate tunnis erinevateks tegevusteks mõeldud GeoGebra seotud õppematerjalide kohta. Õpetajate hinnangute põhjal ei leidunud statistiliselt olulist erinevust olemasolevate õppematerjalide vahel, mida saab kasutada individuaalse, paaris- või rühmatöö korral (Friedmani testiga $p>0,05$). Samuti ei leidunud õpetajate hinnangutes statistilist erinevust *Tabelis 12* välja toodud tunnuste vahel.

Tabel 11. GeoGebra seotud õppematerjalid, mida kasutada individuaalse, paaris- või rühmatöö korral

Väide <i>Olen leidnud piisavalt GeoGebra seotud materjale</i>	Ei nõustu üldse/pigem ei nõustu	Ei oska öelda	Pigem nõus/täiesti nõus	Vastanute arv
õpilaste individuaalse töö korral kasutamiseks	21 (43%)	17 (35%)	10 (20%)	48
rühmatöö korral kasutamiseks	23 (47%)	17 (35%)	8 (16%)	48
paaristöö korral kasutamiseks	24 (49%)	18 (37%)	6 (12%)	48

Tabel 12. GeoGebraga seotud õppematerjalid, mida kasutada erinevateks tegevusteks tunnis

Väide <i>Olen leidnud piisavalt GeoGebraga seotud materjale</i>	Ei nõustu üldse/pigem ei nõustu	Ei oska öelda	Pigem nõus/täiesti nõus	Vastanute arv
kordamiseks	19 (39%)	13 (27%)	15 (31%)	47
mida uue teema käsitlemisel ülesannete lahendamiseks kasutada	22 (45%)	14 (29%)	12 (25%)	48
arutelu tekitamiseks	25 (51%)	16 (33%)	7 (14%)	48
mille abil õpilased saavad iseseisvalt eksperimenteerida	23 (47%)	20 (41%)	5 (10%)	48

2.2.3 *GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamine tundides.* GeoGebra kasutamisest tundides annab ülevaate *Tabel 13*. Statistiliselt oluline erinevus esines õpetajate poolt antud hinnangute põhjal esimese „Kasutan GeoGebrat, kui selgitan õpilastele teooriat“ ja viimase väite „Õpilased lahendavad GeoGebraga uue teema käsitlemisel ülesandeid“ vahel (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-3,65$; $p<0,01$). Eelnevate väidete vahel ei esinenud statistiliselt olulist erinevust (kõikidel juhtudel $p>0,05$).

Tabel 13. GeoGebra kasutamine tundides (N=49)

Väide	Mitte ühelgi korral	Vähem kui pooltes tundides	Umbes pooltes tundides	Rohkem kui pooltes tundides	Peaaegu igas tunnis
Kasutan GeoGebrat, kui selgitan õpilastele teooriat	6 (12%)	26 (54%)	7 (14%)	9 (18%)	1 (2%)
Kasutan ise GeoGebrat uue teema käsitlemisel ülesannete lahendamiseks (N=48)	7 (14%)	27 (55%)	5 (10%)	9 (18%)	0 (0%)
Kasutan ise GeoGebrat õpilastega kordamisel	11 (22%)	28 (58%)	2 (4%)	7 (14%)	1 (2%)
Kasutan GeoGebrat arutelu tekitamiseks	7 (14%)	33 (68%)	6 (12%)	2 (4%)	1 (2%)
Lasen õpilastel GeoGebra abil iseseisvalt eksperimenteerida	9 (18%)	33 (68%)	4 (8%)	3 (6%)	0 (0%)
Õpilased kasutavad GeoGebrat kordamisel	15 (31%)	26 (53%)	5 (10%)	3 (6%)	0 (0%)
Õpilased lahendavad GeoGebraga uue teema käsitlemisel ülesandeid	15 (31%)	30 (61%)	3 (6%)	1 (2%)	0 (0%)

Väitega „Kasutan GeoGebrat õpilastele töölehtede koostamisel“ nõustus 9 (18%), väitega „Kasutan GeoGebrat õpilastele konspektide koostamisel“ oli nõus 3 (6%) vastanut. Nendele väidetele antud hinnangute vahel esines statistiliselt oluline erinevus (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-4,69$; $p<0,01$).

Tabelis 14 on välja toodud õpetajate hinnangud GeoGebra kasutamise kohta individuaalse, rühma- ja paaristöö korral. Statistiliselt oluline erinevus on õpetajate hinnangutes esimese „Kasutan GeoGebrat õpilaste individuaalse töö korral“ ja kolmanda „Kasutan GeoGebrat paaristöö korral“ väite vahel (Wilcoxon'i märgitestiga $Z=-2,90$; $p<0,05$). Esimesele ja teisele väitele antud hinnangute vahel ei esinenud statistiliselt olulist erinevust ($p>0,05$).

Tabel 14. GeoGebra kasutamine individuaalse, rühma- ja paaristöö korral (N=49)

Väide <i>Kasutan GeoGebrat</i>	Mitte ühelgi korral	Vähem kui pooltes tundides	Umbes pooltes tundides	Rohkem kui pooltes tundides	Peaaegu igas tunnis
õpilaste individuaalse töö korral	11 (22%)	29 (60%)	3 (6%)	6 (12%)	0 (0%)
rühmatöö korral	29 (59%)	16 (33%)	2 (4%)	2 (4%)	0 (0%)
paaristöö korral	20 (41%)	26 (53%)	1 (2%)	2 (4%)	0 (0%)

Matemaatikaõpetajate hinnangute kohaselt ei ole statistiliselt olulist erinevust GeoGebra kasutamise sageduse osas andekatele ja nõrgematele õpilastele eriülesannete andmisel (Wilcoxon'i märgitestiga $p>0,05$). Vähem kui pooltes tundides kasutab õpetajate hinnangul GeoGebrat andekatele õpilastele eriülesannete andmisel 44 (90%) ning rohkem kui pooltes tundides 3 (6%) vastanut. Nõrgematele õpilastele eriülesannete andmisel kasutab õpetajate poolt antud hinnangute põhjal GeoGebrat 47 (96%) ning rohkem kui pooltes tundides ei kasuta üksi vastanud õpetajatest.

2.2.4 *TIMSS 2013 oskused õppematerjalide kasutamisel. Oskust Faktide ja protseduuride tundmine* on vaja kõikide ülesannete lahendamiseks, kuna üheks selle oskuste grupi alaoskuseks on *Vahendite kasutamine*. *Tabelist 15*, mis annab täpsema ülevaate teistest ülesannete lahendamiseks vajaminevatest oskustest, on oskus *Faktide ja protseduuride tundmine* välja jäetud.

Tabel 15. Ülesannete lahendamiseks vajaminevad oskused (N=33)

	Mõistete kasutamine	Rutiinsete e harjumuspäraste ülesannete lahendamine	Arutlemine
Defineerimine ja tõestamine.	3 (9%)	3 (12%)	6 (18%)
Kolmnurk			
Ringjoon ja korrapärane hulknurk	2 (6%)	2 (3%)	0 (0%)
Kujundite sarnasus	2 (6%)	5 (15%)	0 (0%)
<i>Kokku</i>	<i>7 (21%)</i>	<i>10 (30%)</i>	<i>6 (18%)</i>

2.3 Arutelu

Selles uurimuses püstitati neli uurimisküsimust. Esimese uurimisküsimusega sooviti teada saada, milliste 8. klassi geomeetria alateemade kohta leidub Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes GeoGebra seotud õppematerjale. Kaardistatud ülesannete põhjal leidub GeoGebra seotud õppematerjale kõikide 8. klassi geomeetria alateemade kohta. Ka ankeedile vastanud matemaatikaõpetajate hinnangutest selgus, et kui alateema *Defineerimine ja tõestamine* välja arvata, ei eristunud võrreldes teiste alateemadega alateemat, mille käsitlemiseks ei leidu piisavalt õppematerjale. GeoGebra seotud õppematerjalide leidumine erinevate teemade puhul võib tingitud olla sellest, et GeoGebra on õppematerjalide koostamiseks sobiv (Hohenwarter & Fuchs, 2005), mitmekülgne (Botana et al., 2015) ja kergesti õpitav vahend (Sangwin, 2007) ning seda oskavad matemaatikaõpetajad oma hinnangul Eestis võrreldes teiste tarkvaradega rohkem kasutada (Pärn, 2014). Lisaks näitasid selle uurimuse tulemused, et poolte kaardistatud õppematerjalide korral annab GeoGebra kasutamine ülesannete lahendamisel lisaväärtust, võimaldades joonestatud objekte lohistada ning nende mõõtmeid ja kuju muuta. Kuigi õppematerjalide kaardistamise tulemustest selgus, et kõige enam on õppematerjale alateema *Ringjoon ja korrapärane hulknurk* kohta, on varasemad uurimused on näidanud, et GeoGebra kasutamine õppetöös omab positiivset mõju erinevate geomeetria alateemade korral. Näiteks nii ringjoone (Shadaan & Leong, 2013) kui kolmnurga (Doğan & Rukiye, 2011) käsitlemisel tõstab GeoGebra kasutamine õpilaste õpitulemusi ja aitab kolmnurga teemast paremini aru saada (Fahlberg-Stojanovska, 2010).

Teine uurimisküsimus oli „Milliseid GeoGebra seotud õppematerjale ei leidu õpetajate hinnangul 8. klassi geomeetria teema käsitlemiseks piisavalt?“.

Matemaatikaõpetajate hinnangul ei ole nad leidnud piisavalt GeoGebra seotud õppematerjale 8. klassi geomeetria alateema *Defineerimine ja tõestamine* jaoks.

Kaardistamise tulemused näitasid, et defineerimise ja tõestamise käsitlemiseks ei leidunud ühtegi õppematerjali. Samas on varasematest uurimustest selgunud, et IKT vahendid

(Pandiscio, 2002), sh GeoGebra (Pham & Bertot, 2012), on tõestamise õppimise abistamiseks sobivad vahendid, aidates õpilastel paremini mõista seoseid objektide vahel (Pandiscio, 2002). Vaatamata sellele, et IKT vahendite kasutamine geomeetria õppeprotsessis aitab tõsta õpilaste õpitulemusi (nt Gambari et al., 2014a; Gambari et al., 2014b; Martin & Velay, 2012) ja suurendab õpitavast arusaamist (Pihlap, 2010), ei ole õpetajad oma hinnangul leidnud piisavalt õppematerjale, mida nõrgemate õpilastega kasutada. Põhjus selliste materjalide väheses koostamises võib seisneda selles, nagu ka Lee ja Chen (2014) oma uurimuses leidsid, et nõrgematel õpilastel kulub baasprobleemidega tegelemiseks nii palju aega, et nad ei jõua käsitletava materjaliga IKT vahendeid kasutades piisavalt tegeleda. Ankeedile vastanud õpetajate hinnangul ei leidu piisavalt õppematerjale, mida õpilaste konspektidena või kontrolltöödena kasutada. Õpetajate hinnangutest selgus ka, et võrreldes õpilastele töölehtede koostamisega, koostavad nad GeoGebra konspekte õpilastele vähem. Kontrolltöödeks mõeldud materjalide väheses koostamise osas võib põhjus seisneda selles, et õpetajad ei ole kindlad, et GeoGebra kasutamine kontrolltöö tulemust ei mõjuta. Käesoleva uurimuse tulemustest selgus, et õpetajad hindavad enda arvutikasutamisioskust kõrgemalt kui õpilaste valmisolekut ja oskuseid GeoGebra kasutamiseks ning Doruk'i jt (2013) uurimus näitas, et õpetajate hinnangul kasutavad õpilased IKT vahendeid tundides lisaks õppetööle ka mitte-eesmärgipärasteks tegevusteks. Teiselt poolt ülesannete kaardistamise tulemused näitasid, et GeoGebra seotud õppematerjalid on koostatud pigem nii, et nende kasutamiseks on vaja ainult GeoGebrat ning õpilastel ei ole tarvis kasutada lisavahendeid, mis nende keskendumist võivad häirida.

Kolmanda uurimisküsimusega sooviti teada saada, milliseid GeoGebra seotud õppematerjale ja milliste meetoditega matemaatikaõpetajad endi hinnangul 8. klassi tundides kasutavad. Selle uurimuse tulemustest selgus, et õpetajad kasutavad endi hinnangul tundides rohkem väljaspool koolituse enda koostatud materjale kui enda ja teiste poolt koolitustel koostatud materjale. Sarnaselt leidsid Hall ja Chamblee (2013), et õpetajad koostavad GeoGebra seotud materjalid peamiselt ise. Kuigi GeoGebra abil mitmekesi koos õppimine aitab õpilastel omavahel pidada keerulisi ja matemaatilisi diskussioone (Fukawa-Connelly & Silverman, 2015), kasutavad selle uurimuse põhjal õpetajad endi hinnangul GeoGebrat õpilaste individuaalse töö korral enam kui paaristöö puhul. Õpilased võivad tegevusi GeoGebra võtta arvutiga mängimisena ning probleeme võib tekkida ka distsipliiniga, kuna esialgne põnevus GeoGebra kasutamisest kaob kergesti (Doruk et al., 2013). See võib olla üks

põhjustest, miks matemaatikaõpetajad kasutavad endi hinnangul GeoGebrat õpilastele teooria selgitamisel rohkem võrreldes sellega, et nad lasevad õpilastel uue teema käsitlemisel GeoGebraga ülesandeid lahendada.

Selle uurimuse tulemused näitasid, et õpetajate hinnangute põhjal ei esinenud statistiliselt olulist erinevust selles, kui tihti nad GeoGebrat andekatele ja nõrgematele õpilastele eriülesannete andmisel kasutavad. See võib tingitud olla sellest, et IKT vahendite kasutamine omab positiivset mõju nii nõrgematele kui tugevamatele õpilastele. Tugevamatel õpilastel aitab IKT vahendite kasutamine rohkem oma teadmisi praktikas rakendada (Lee & Chen, 2014) ja nõrgemate õpilastel aitab GeoGebra kasutamine geomeetria paremini aru saada (Agyei & Benning, 2015; Mwingirwa & Miheso-O'Connor, 2016). Teiselt poolt võib põhjus seisneda selles, et ei ole sobivaid valmismaterjale (Doruk et al., 2013; Pärn, 2014) ning õpetajad ise ei jõua õpilastele erineva raskusastmega ülesandeid koostada, kuna nende koormus on liiga suur (Pärn, 2014).

Neljas uurimisküsimus oli „Milliseid TIMSS 2003 liigitusele põhinevaid oskuseid nõuavad Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes leiduvate GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamine õpilastelt“. Õppematerjalide kaardistamise tulemuste põhjal on kõikide vaadeldud GeoGebraga seotud õppematerjalide kasutamiseks tarvis õpilastel tunda fakte ja protseduure. Järgmisena nõutakse õpilastelt alaoskuseid, mida on vaja rutiinsete e harjumuspäraste ülesannete lahendamiseks. Kuigi sellest uurimusest selgus, et leidub selliseid õppematerjale, mille kasutamiseks on õpilastel vaja põhioskuste rakendamist, näitas PISA 2012 uurimus, et Eesti õpilastel on nendega probleeme. Puudujäägid esinevad ka põhimõistete kasutamisel (Tire et al., 2013), kuid õppematerjale, mis nõuavad mõistete kasutamise oskuseid, on võrreldes eespool toodud oskustega vähem. Vähim kaardistati õppematerjale, mis nõuavad arutlemise oskust. TIMSS 2015 uurimuse tulemused ütlevad aga, et arutlemine on see oskus, mille rakendamisel on õpilaste tulemused madalaimad (TIMSS 2015 International ..., s.a.). Matemaatikaõpetajate hinnangute põhjal ei eristunud oskused, mille kohta enim või vähim õppematerjale leidub. Põhjuseks võib olla see, et õppematerjalide koostamisel ei arvestata õpilaste erinevate oskuste tasemetega sarnaselt sellele, mida Van Hiele (1984) on oma geomeetria õppimise tasemete juures probleemina välja toonud – õpetajad ei kohalda õpitava sisu vastavalt õpilaste oskustele.

2.3.1 Piirangud. Magistritöö autorile ei ole teada, kas kasutusel olevates venekeelsetes matemaatikaõpikutes on GeoGebraga seotud ülesandeid ning kaardistamisel vaadeldi vaid eestikeelseid 8. klassi matemaatikaõpikuid. Koolielu portaalis olevatest

õppematerjalidest jäeti välja venekeelsed õppematerjalid. Koolielu portaalis õppematerjale kaardistades kasutati *Õppevara -> Matemaatika -> III kooliaste -> Geomeetria* õppekavapuus olevat teemade jaotust, kuid ei vaadeldud õppematerjale teiste teemade all, kust oleks võinud ka ehk 8. klassi geomeetria käsitlemiseks sobivaid GeoGebraga seotud õppematerjale leida.

Koolielu portaali ja matemaatikaõpikutes olevaid ülesandeid oli võimalik lahendada mitmel erineval moel ning sellest võivad kaardistamise tulemusel esineda erinevused TIMSS 2003 liigituse alusel vajaminevate oskuste kaardistamisel ja ülesannete lahendamiseks vajalike tööriistade arvu leidmisel.

Magistritöö autorile teadaolevalt ei ole ühte kindlat meililisti, mis sisaldaks kõigi matemaatikaõpetajate kontakte. Ankeedi saatmiseks kasutatud erinevad viisid ei olnud tõenäoliselt piisavad selleks, et ankeet oleks jõudnud kõigi 8. klassi matemaatikaõpetajateni. Vähene ankeedile vastajate hulk ei võimalda teha laiapõhjalisi üldistusi. Samuti on lisaks Koolielu portaali mitmeid veebikeskkondi, kus leidub GeoGebraga seotud õppematerjale. Seetõttu ei anna Koolielu portaalis leiduvate õppematerjalide kaardistamine pilti sellest, missuguseid GeoGebraga seotud õppematerjale internetis leidub.

2.3.2 Rakendatavus. Õppematerjalide kaardistamise tulemused ja õpetajate hinnangud annavad ülevaate sellest, missuguseid GeoGebraga seotud õppematerjale 8. klassi geomeetria teema käsitlemiseks on ning missuguseid ei leidu piisavalt. See on sisendiks koolitajatele oma tegevuste planeerimisel, et koolitustel loodaks selliseid õppematerjale, mida õpetajad pärast õppetöös kasutada saavad. Ankeedile vastanud õpetajad eelistavad enda koostatud materjale koolitustel koostatud materjalidele. Selle taustal soovitab magistritöö autor koolitajatel mõelda sellele, kuidas koolitustel koostatud õppematerjalid ja teave nende olemasolust jõuaksid õpetajateni. Samuti on uurimuse tulemused mõeldud infona matemaatikaõpikute autoritele, kes õpetajate soovitusi ning juba leiduvaid õppematerjale ülesannete koostamisel arvesse võtta saavad.

Õppematerjalide kaardistamise tulemused aitavad õpetajatel saada ülevaade olemasolevatest GeoGebraga seotud õppematerjalidest, mida 8. klassi geomeetria teema käsitlemisel kasutada, ning vähendada sellega ajakulu sobivate õppematerjalide leidmisel ja hoida sellega aega kokku tundide ettevalmistamisel. Uurimuse tulemused annavad õpetajatele ka ülevaate sellest, missuguseid enda koostatud õppematerjale nad võiksid juurde teha ning kolleegidega jagada.

Selleks, et matemaatikaõpetajad saaksid 8. klassi geomeetria teema õpetamisel efektiivsemalt GeoGebrat kasutada, soovitab magistritöö autor uurimuse tulemuste põhjal koostada või teistega jagada GeoGebraga seotud õppematerjale, mille kasutamine nõuab õpilastelt lisaks teistele oskustele ka arutlemise oskuse rakendamist. Samuti on tarvis õppematerjale geomeetria alateema *Defineerimine ja tõestamine* käsitlemiseks ning sellised õppematerjale, mida kasutada nõrgemate õpilastega ning konspektide ja kontrolltöödena.

3 Kokkuvõte

Uurimistöö eesmärgiks oli kaardistada Koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes olevate õppematerjalide põhjal GeoGebra seotud 8. klassi geomeetria teema õppematerjalid ning anda ülevaade matemaatikaõpetajate hinnangute põhjal GeoGebra seotud õppematerjalide kasutamisest 8. klassi geomeetria teema käsitlemisel. Magistritöös anti ülevaade geomeetria õpetamisest arvutialgebrasüsteemi GeoGebra ja teiste IKT vahenditega ning viidi läbi uurimus, milleks kasutati instrumentidena õpetajate hinnangute saamiseks ankeeti ning Koolielu portaali ja matemaatikaõpikutes olevate GeoGebra seotud õppematerjalide kaardistamiseks analüüsi protokoll. Uurimuses osales 49 8. klassi matemaatikaõpetajat ning kokku kaardistati 33 GeoGebra seotud õppematerjali.

Õppematerjalide kaardistamise tulemused näitasid, et GeoGebra seotud õppematerjale leidub kõikide geomeetria suuremate alateemade kohta. Kõige enam leidis õppematerjale alateema *Ringjoon ja korrapärane hulknurk* käsitlemiseks. Vaadeldud õppematerjalide kasutamiseks oli õpilastel uuringu TIMSS 2003 liigituse järgi kõige rohkem vaja tunda fakte ja protseduure ning rutiinsete ülesannete lahendamise oskuseid, vähim arutlemise oskuseid. Uurimuses osalenud matemaatikaõpetajate hinnangute põhjal ei olnud piisavalt GeoGebra seotud õppematerjale nõrgemate õpilastega kasutamiseks, defineerimise ja tõestamise õpetamiseks ning konspektidena või kontrolltöödena kasutamiseks. Tundides eelistasid õpetajad endi hinnangul peamiselt enda koostatud GeoGebra seotud õppematerjale ning neid kasutati õpilastele teooria selgitamisel rohkem kui lastakse õpilastel uue teema käsitlemisel GeoGebra ülesandeid lahendada. Võrreldes paaristööga kasutatakse GeoGebra seotud õppematerjale rohkem individuaalseks tööks.

Uurimuse tulemused annavad ülevaate sellest, missugused GeoGebra seotud õppematerjalid geomeetria õpetamiseks olemas on, missuguseid õppematerjale ei leidu õpetajate jaoks piisavalt ning milliseid oskuseid olemasolevad õppematerjalid õpilastelt nõuavad. Uurimuse tulemused aitavad õpetajatel tundide ettevalmistamisel materjalide otsimise pealt aega kokku hoida ning on sisendiks koolitajatele ja matemaatikaõpetajatele koolituste planeerimisel ning õppematerjalide koostamisel ja teiste õpetajatega jagamisel.

Võtmesõnad: geomeetria, GeoGebra, õppematerjalid, põhikool

4 Summary

GEOGEBRA-RELATED TEACHING MATERIALS ON THE KOOLIELU WEBSITE
AND IN MATHEMATICS BOOKS, AND MATHEMATICS TEACHERS'
EVALUATIONS ON USING GEOGEBRA IN DISCUSSING 8TH GRADE
GEOMETRY

The aim of this thesis is to use the teaching materials on the Koolielu website and in mathematics books to map the teaching materials used in 8th grade geometry that relate to GeoGebra software, and provide an overview of using GeoGebra-related teaching materials in discussing 8th grade geometry based on the evaluations of mathematics teachers. The master's thesis examines the process of teaching geometry using the dynamic mathematics software GeoGebra and other ICT tools. A survey that incorporated a questionnaire to obtain teacher evaluations and an analysis protocol to map the GeoGebra-related teaching materials on the Koolielu website and in mathematics books was also conducted as part of the thesis. Forty-nine 8th grade mathematics teachers participated in the survey and a total of 33 GeoGebra-related teaching materials were mapped.

The results of the mapping process revealed that GeoGebra-related teaching materials cover all major sub-topics in geometry. The most teaching materials could be found regarding the topics circle and regular polygon. According to the classification of the TIMSS 2003 survey, the primary skills that the pupils require to use the teaching materials in question are being aware of facts and procedures and solving routine problems; reasoning skills were ranked as least relevant. The survey conducted among the mathematics teachers revealed that the GeoGebra-related teaching materials were not sufficient for teaching less advanced pupils, for teaching specifying and proof and for using as notes or tests. The teachers claimed that in class, they primarily preferred to use GeoGebra-related teaching materials that they had compiled themselves and were more likely to use these in explaining theory to the pupils when discussing a new topic than having the pupils solve problems using GeoGebra. GeoGebra-related teaching materials are more likely to be used for individual work than for work in pairs.

The results of the survey provide an overview of the GeoGebra-related teaching materials available for teaching geometry, the teaching materials that the teachers find lacking and the skills that the existing teaching materials require pupils to have. The results of the

survey help teachers spend less time searching for materials when preparing for lessons, and serve as an input for educators and mathematics teachers in planning courses and compiling teaching materials, as well as sharing these with other teachers.

Keywords: Geometry, GeoGebra, Mathematics Instruction, Secondary school

5 Tänuõnad

Kõige suuremad tänud lähevad juhendajale Piret Luik. Tänan uurimuses osalenud õpetajaid, maakondade haridusspetsialiste ja kõiki teisi, kes aitasid ankeedi õpetajatele edastada ning OÜ Aurorion'i ingliskeelse kokkuvõtte tõlkimise eest. Tänan ka ema sisutihedate arutelude ja õde motiveerimise eest, Anne-Liisi, Kadrit, perekonda, kolleege ja kursusekaaslast toetava suhtumise eest.

6 Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Marili Rõõm

18.05.2017

7 Kasutatud kirjandus

- Abel, E. & Lepmann, L. (2010). *Matemaatika mõisted gümnaasiumile eesti-vene-eesti sõnastik*. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Agyei, D.D. & Benning, I. (2015). Pre-service teachers' use and perceptions of Geogebra software as and instructional tool in teaching mathematics. *Journal of Educational Development and Practice*, Vol.5 N0.1, 14–30.
- Aktas, M. C., & Aktas, D. Y. (2012). Investigating High School Students' Attitudes Towards Geometry According to Different Variables: Sample of Ordu City. *Lise Öğrencilerinin Geometriye Karşı Tutumlarının Çeşitli Değişkenlere Göre İncelenmesi: Ordu İli Örneği.*, 18, 156–167.
- Barrios, M., Villarroja, A., Borrego, Á., & Ollé, C. (2011). Response Rates and Data Quality in Web and Mail Surveys Administered to PhD Holders. *Social Science Computer Review*, 29(2), 208–220.
- Battista, M. T. (2002). Learning Geometry in a Dynamic Computer Environment. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 333–39.
- Botana, F., Hohenwarter, M., Janicic, P., Kovács, Z., Petrovic, I., Recio, T., & Weitzhofe, S. (2015). *Automated theorem proving in GeoGebra: current achievements*. Külastatud aadressil https://www.researchgate.net/profile/Tomas_Recio/publication/277353909_Automated_Theorem_Proving_in_GeoGebra_Current_Achievements/links/556c82bf08aeccd7773be310.pdf
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31–48.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (5th Edition). London: Routledge.
- Doğan, M., Rukiye, I. (2011) The role of dynamic geometry software in the process of learning: GeoGebra example about triangles. *Internal Journal of Human Sciences*. Volume: 8 Issue: 1

- Doruk, B. K., Aktümen, M., & Aytekin, C. (2013). Pre-service elementary mathematics teachers' opinions about using GeoGebra in mathematics education with reference to "teaching practices." *Teaching Mathematics and Its Applications*, 32(3), 140–157.
- Fahlberg-Stojanovska, L. (2010). Constructing and Exploring Triangles with GeoGebra. Kõlastatud aadressil <http://anale-informatica.tibiscus.ro/download/lucrari/8-2-03-Fahlberg.pdf>
- Feza, N., & Webb, P. (2005). Assessment standards, Van Hiele levels, and grade seven learners' understandings of geometry. *Pythagoras*, 0(62).
- Fukawa-Connelly, T., & Silverman, J. (2015). The Development of Mathematical Argumentation in an Unmoderated, Asynchronous Multi-User Dynamic Geometry Environment. *Contemporary Issues in Technology & Teacher Education*, 15(4), 445.
- Gambari, I. A., Ezenwa, V. I., & Anyanwu, R. C. (2014a). Comparative Effects of Two Modes of Computer-Assisted Instructional Package on Solid Geometry Achievement. *Contemporary Educational Technology*, 5(2), 110–120.
- Gambari, A. I; Falode, C. O., & Adegbenro, D. A. (2014b). Effectiveness of Computer Animation and Geometrical Instructional Model on Mathematics Achievement and Retention among Junior Secondary School Students. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 2(2), 127–146.
- Gecu, Z., & Ozdener, N. (2010). The effects of using geometry software supported by digital daily life photographs on geometry learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2824–2828.
- GeoGebra (s.a.). Kõlastatud aadressil <https://www.geogebra.org/>
- GeoGebra Manual (s.a.). Kõlastatud aadressil <https://wiki.geogebra.org/en/Manual>
- Gill, F. J., Leslie, G. D., Grech, C., & Latour, J. M. (2013). Using a web-based survey tool to undertake a Delphi study: Application for nurse education research. *Nurse Education Today*, 33(11), 1322–1328.
- Godzicki, L., Godzicki, N., Krofel, M., Michaels, R. (2013). *Increasing Motivation and Engagement in Elementary and Middle School Students through Technology-Supported Learning Environments*. Online Submission, Master of Arts Action Research Project, Saint Xavier University.

- Hall, J., & Chamblee, G. (2013). Teaching Algebra and Geometry with GeoGebra: Preparing Pre-Service Teachers for Middle Grades/Secondary Mathematics Classrooms. *Computers in the Schools*, 30(1/2), 12–29.
- Hayslett, M. M., & Wildemuth, B. M. (2004). Pixels or pencils? The relative effectiveness of Web-based versus paper surveys. *Library & Information Science Research*, 26(1), 73–93.
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2005). Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra. *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference 2004, Pecs, Hungary*.
Külastatud aadressil: https://archive.geogebra.org/static/publications/pecs_2004.pdf
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. & Lavicza, Z. (2010). *Evaluating difficulty levels of dynamic geometry software tools to enhance teachers' professional development*.
Külastatud aadressil
https://archive.geogebra.org/en/upload/files/GG_support/Hohenwarter-HW-Lavicza-IJTME.pdf
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. In D. Küchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126–131.
- Hwang, W.-Y., Lin, L.-K., Ochirbat, A., Shih, T. K., & Kumara, W. G. C. W. (2015). Ubiquitous Geometry: Measuring Authentic Surroundings to Support Geometry Learning of the Sixth-Grade Students. *Journal of Educational Computing Research*, 52(1), 26.
- Kaljas, T., Lepik, M., Nurk, E., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2013). *Matemaatika 8. klassile, 2. osa*. Tallinn: Koolibri.
- Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., & Pais, E (2012). *Matemaatika õpik 8. kl II osa*. Tallinn: Avita.
- Kepceoglu, I. (2016). Teaching a Concept with GeoGebra: Periodicity of Trigonometric Functions. *Educational Research and Reviews*, 11(8), 573–581.
- Kiriakidis, P. P., & Geer, B. T. (2014). The Effect of Success Maker Software on State Scores in Elementary School Math. *Romanian Journal for Multidimensional Education / Revista Romaneasca Pentru Educatie Multidimensionala*, 6(2), 127–138.

Koolielu (s.a.) Külastatud aadressil <http://www.koolielu.ee>

Kutluca, T. (2013). *The effect of geometry instruction with dynamic geometry software; GeoGebra on Van Hiele geometry understanding levels of students*. Külastatud aadressil <http://www.academicjournals.org/journal/ERR/article-full-text-pdf/B8D2F785836>

Lee, C.-Y., & Chen, M.-J. (2014). The Impacts of Virtual Manipulatives and Prior Knowledge on Geometry Learning Performance in Junior High School. *Journal of Educational Computing Research*, 50(2), 179.

Lepmann, T. (2005). Eesti koolimatemaatika rahvusvahelise matemaatika ja loodusainete tasemeuuringu TIMSS 2003 tulemuste taustal. *Koolimatemaatika 32: Vabariiklikud 32. matemaatikaõpetajate päevad*. Tartu Ülikool, 2005, (32), 3–12.

Lin, Y.-T., Jou, M. (2013). *Integrating popular web applications in classroom learning environments and its effects on teaching, student learning motivation and performance*. Turkish Online Journal of Educational Technology, v12 n2, 157-165.

Martin, P., & Velay, J.-L. (2012). Do computers improve the drawing of a geometrical figure for 10 year-old children? *International Journal of Technology and Design Education*, 22(1), 13–23.

Matemaatika III kooliaste (2015). Külastatud aadressil <http://oppekava.innove.ee/matemaatika-oppeprotsessid/>

Matemaatikaõpetajate ajaveeb (s.a.). Külastatud aadressil <http://matikuteajaveeb.blogspot.com.ee/>

Mathematics programmes of study: key stage 3 National curriculum in England (2013) Külastatud aadressil: https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/239058/SECONDARY_national_curriculum_-_Mathematics.pdf

Ministry of Education and Culture. (2007). *National Core Curriculum 2007*. Külastatud aadressil: <http://www.nefmi.gov.hu/english/hungarian-national-core>

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Külastatud aadressil: http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf

- Mwingirwa, I. M., & Miheso-O'Connor, M. K. (2016). Status of Teachers' Technology Uptake and Use of GeoGebra in Teaching Secondary School Mathematics in Kenya. *International Journal of Research in Education and Science*, 2(2), 286–294.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1981). *Priorities in School Mathematics : Executive Summary of the PRISM Project*. Kõlastatud aadressil <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED201476.pdf>
- National curriculum in England: framework for key stages 1 to 4. (2014). Kõlastatud aadressil <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-framework-for-key-stages-1-to-4/the-national-curriculum-in-england-framework-for-key-stages-1-to-4>
- Pandiscio, E. A. (2002). Exploring the Link Between Preservice Teachers' Conception of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software. *School Science & Mathematics*, 102(5), 216.
- Pham, T. M., & Bertot, Y. (2012). A Combination of a Dynamic Geometry Software With a Proof Assistant for Interactive Formal Proofs. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 285, 43–55.
- Pihlap, S. (2010). Arvutite kasutamise mõju 8.klassi õpilastele geomeetria õppimisel. *Koolimatemaatika XXXVII (65–69)*. Tartu.
- Pihlap, S. (2011). Õpetajate arvamus arvutite kasutamisest matemaatikaõppes. *Koolimatemaatika XXXVIII*. Tartu.
- Pihlap, S., Sild, K. (2009). *Arvutid matemaatikatunnis*. Haridus 5-6.
- Pilli, O., & Aksu, M. (2013). The effects of computer-assisted instruction on the achievement, attitudes and retention of fourth grade mathematics students in North Cyprus. *Computers & Education*, 62, 62–71.
- Prank, R. (2009). T-algebra – samm drillist edasi. *Haridus 5-6*.
- Prei, E. (2013). IKT vahendite kasutusaktiivsus Eesti üldhariduskoolides. Kõlastatud aadressil:

https://www.innovatsioonikeskus.ee/sites/default/files/tekstifailid/Sihtgrupi_kysitus_2012_2.pdf

Pruulmann-Vengerfeldt, P., Luik, P., Masso, A., Murumaa, M., Siibak, A., & Ugur, K. (2012) *Õpetajate IKT kasutusaktiivsuse mõju õpilaste tehnoloogia teadlikule kasutuskusele II vahearuanne*. Külastatud aadressil <http://dspace.ut.ee/handle/10062/48155>

Põhikooli riiklik õppekava (2014). Külastatud aadressil:
<https://www.riigiteataja.ee/akt/129082014020>

Põhikooli riiklik õppekava Lisa 3 (2011). Külastatud aadressil:
<https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1290/8201/4018/141m%20lisa3.pdf#>

Pärn, P. (2014). *Matemaatikaõpetajate ja koolide valmisolekust IKT vahendite kasutamiseks matemaatikaõppes*. Külastatud aadressil: <http://dspace.ut.ee/handle/10062/42008>

Rahvusvaheline matemaatika ja loodusainete võrdlusuuring TIMSS 2003 (s.a.). Külastatud aadressil
http://uuringud.ekk.edu.ee/fileadmin/user_upload/documents/TIMSS_RD_loplik_020203.pdf

Rõõm, M., & Tõnisson, E. (2009). *Arvutid koolimatemaatikas 2009 ja 2014*.
Koolimatemaatika: XXXVI Matemaatikaõpetajate päevad Tartus. Tartu: Eesti Matemaatikaõpetajate Selts, 109-113.

Sangwin, C. (2007). A brief review of GeoGebra: dynamic mathematics. Külastatud aadressil
<https://www.heacademy.ac.uk/system/files/msor.7.2j.pdf>

Shadaan, P., & Leong, K. E. (2013). Effectiveness of Using GeoGebra on Students' Understanding in Learning Circles. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1–11.

Skolverket (2011). *Curriculum for the compulsory school, preschool class and the leisure-time centre 2011*. Külastatud aadressil:
<http://skola.uppsala.se/Global/Kvarngardesskolan/Bilder/Dokument/National%20Curriculum.pdf>

Tambovsteva, T. (2011). *Arvuti mõju geomeetria õpetamisel*. Publistseerimata magistritöö. Külastatud aadressil

http://matdid.edu.ee/joomla/images/materjalid/artiklid/tehntugi/t_tambovtseva_arvuti_geomeetria_opetamisel_lt.pdf

Telgmaa, A., Undusk, A., Nurk, E. (2011). *Matemaatika 7. klassile*, 1. osa. Tallinn: Koolibri.

TIMSS 2015 International results in mathematics (s.a.). Külastatud aadressil:

http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/wp-content/uploads/filebase/mathematics/3.-achievement-in-content-and-cognitive-domains/3_0_8_math-achievement-in-content-and-cognitive-domains-infographic-grade-8.pdf

Tire, G., Henno, I., Soobard, R., Puksand, H., Lepmann, T., Jukk, H., Lindemann, K., Kitsing, M. & Täht, K. (2016). *Pisa 2015 Eesi tulemused*. Külastatud aadressil:

https://www.hm.ee/sites/default/files/pisa_2015_final_veebivaatamiseks_0.pdf

Tire, G., Lepmann, T., Jukk, H., Puksand, H., Henno, I., Lindemann, K., Kitsing, M., Täht, K. & Lorenz, B. (2013). *PISA 2012 Eesti tulemused*. Külastatud aadressil

https://www.hm.ee/sites/default/files/pisa_2012_eesti_tulemused.pdf

Tomić, M. K. (2013). Mathematical Software in Croatian Mathematics Classrooms – A Review of Geogebra and Sketchpad / Matematički softver u nastavi matematike u hrvatskim školama – pregled GeoGebre i Geometer's Sketchpada. *Croatian Journal of Education - Hrvatski Časopis Za Odgoj I Obrazovanje*, 15(0).

Toptaş, V. (2008). Geometri Öğretiminde Sınıfta Yapılan Etkinlikler ile Öğretme Öğrenme Sürecinin İncelenmesi. *Elementary Education Online*, 7(1), pp.91-110.

Van Hiele, P.M. (1984). *The child's thought and geometry*. Külastatud aadressil:

<http://geometryandmeasurement.pbworks.com/f/VanHiele.pdf>

Veelmaa, A. (2004). *Matemaatika õpik 8. klassile*. Tallinn: Mathema.

Virkus, S. (2010). *Infokäitumise, info hankimise ja otsingu ning infopädevuse uurimise meetodid. Uurimuse eesmärk ja tüüp*. Külastatud aadressil

http://www.tlu.ee/~sirvir/Infootsingu%20teooria/Infokaitumise,%20info%20hankimise%20ja%20otsingu%20ning%20infopadevuse%20uurimise%20meetodid/surveytapi_uurimused.html

Villems, A. (2008). Kas kõik asjad, mida me õppetöös kasutame, on õpiobjektid? Külastatud aadressil <http://uudiskiri.e-oep.ee/?p=6559>

- Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 31, 183–187.
- Zhang, M., Trussell, R. P., Gallegos, B., & Asam, R. R. (2015). Using Math Apps for Improving Student Learning: An Exploratory Study in an Inclusive Fourth Grade Classroom. *TechTrends*, 59(2), 32–39.

LISA 1. Geomeetria õpetamine Eesti, Rootsi ja Inglismaa õppekavades

Eesti (Põhikooli riikliku õppekava Lisa 3, 2011)	<p><i>Õpitulemused</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) joonestab ja konstrueerib (käsitsi ja arvutiga) tasandilisi kujundeid etteantud elementide järgi; 2) arvutab kujundite joonelemendid, ümbermõõdu, pindala ja ruumala; 3) teab kujundeid, kolmnurga ja trapetsi kesklõiku, kolmnurga mediaani, kolmnurga ümber- ja siseringjoont ning kesk- ja piirdenurka; 4) kirjeldab kujundite omadusi ning klassifitseerib kujundeid ühiste omaduste põhjal; 5) eristab teoreemi, eeldust, väidet ja tõestust, selgitab mõne teoreemi tõestuskäiku; 6) lahendab geomeetrilise sisuga probleemülesandeid; 7) leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid; 8) kasutab probleemülesandeid lahendades kolmnurkade ja hulknurkade sarnasust; 9) kasutab seaduspärasusi avastades ja hüpoteese püstitades infotehnoloogilisi vahendeid. <p><i>Õppesisu</i></p> <p>Definitsioon, teoreem, eeldus, väide, tõestus. Hulknurgad (kolmnurk, rööpkülik, trapets, korrapärane hulknurk), nende ümbermõõt ja pindala. Ring ja ringjoon. Kesknurk. Piirdenurk, Thalese teoreem. Ringjoone puutuja. Kolmnurga ning korrapärase hulknurga sise- ja ümberringjoon. Sirgete paralleelsuse tunnused. Kolmnurga ja trapetsi kesklõik. Kolmnurga mediaan ja raskuskese. Kolmnurkade sarnasuse tunnused. Hulknurkade sarnasus. Maa-alade plaanistamine. Pythagorase teoreem. Teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Ruumilised kujundid (püströöptahukas, püstprisma, püramiid, silinder, koonus, kera), nende pindala ja ruumala (lk 10).</p>
Rootsi (Skolverket, 2011)	<ul style="list-style-type: none"> • geomeetrilised kujundid, nende omadused ja kujundite vahelised seosed • geomeetriliste kujundite esitamine ja konstrueerimine. Kahe- ja kolmemõõtmeliste kujundite suurendamise ja vähendamise skaalad. Sarnasus ja sümmeetria • geomeetriliste kujundite pindala, ümbermõõdu ja ruumala arvutamise meetodid ning nendega seotud ühikute teisendamine • geomeetriaga seotud teoreemid ja valemid ning nende kehtivus
Inglismaa (Mathematics programmes... , 2013)	<ul style="list-style-type: none"> • valemite kasutamine ja tuletamine ringi, kolmnurga, rööpküliku, trapetsi pindala ja ümbermõõdu ning ruumiliste kujundite ruumala arvutamisel ja probleemide lahendamisel • geomeetriliste kujundite külgede ja nurkade joonestamine • joonlaua ja sirkli kasutamine • kirjeldamine ja joonestamine kasutades punkte, sirgeid, paralleelseid sirgeid, ristsirgeid, täisnurki, hulknurki ja ruumilisi kujundeid • kolmnurga külgede ja nurkade märgistamine ning võrdkülgse kolmnurga tundmine ja kasutamine • kolmnurkade, nelinurkade, ringide ja teiste tasandiliste kujundite tundmine ja illustreerimine kasutades sobivaid mõisteid ning oskuseid

-
- kujundite muutmine, pööramine ja peegeldamine, omaduste tuvastamine ning kirjeldamine
 - võrdkülgse kolmnurga ja sarnaste kujundite konstrueerimine ilma ja koos koordiaatteljestikuga
 - kahe sirge lõikamisel kolmanda sirgega tekkivas nurgad - mõistmine ja kasutamine
 - kolmnurga sisenurkade summa tuletamine ja kasutamine, hulknurga sisenurkade summa
 - kasutada Pythagoras'e teoreemi ja trigonomeetriat, et lahendada probleeme seoses täisnurkse kolmnurgaga
 - risttahuka, prisma, silindri, püramiidi, koonuse ja kera servade, tippude, külgede jne kasutamine kolmedimensiooniliste kujunditega seotud probleemide lahendamisel
-

LISA 2. TIMSS 2003 ülesannete liigitus

Faktide ja protseduuride tundmine	
Mäletamine	Mäletab definitsioone, sõnavara, ühikuid, numbrilisi fakte, arvude omadusi, tasandiliste kujundite omadusi, matemaatilisi kokkuleppeid (nt sellised algebralised kokkuleppelised tähistused nagu $a \cdot b = ab$; $a + a + a = 3a$; $a \cdot a \cdot a = a^3$; $a/b = a : b$).
Äratundmine	Tunneb ära matemaatilistelt võrdsed suurused, nt võrdsed pindaladega kujundiosad, kongruentsed erinevalt orienteeritud geomeetrilised kujundid, ühe ja sama arvu erinevad esitused, samaväärsed algebralised avaldised.
Arvutamine	Tunneb algoritmilisi protseduure, mis vastavad märkidele $+$, $-$, \cdot , $:$ või nende kombinatsioonidele; teab, kuidas arve ümardada, hinnata suuruse ligikaudset väärtust, lahendada võrrandeid, arvutada avaldise väärtust ja kasutada valemeid, jagada antud suurust etteantud suhtes, suurendada või vähendada antud kogust mingi protsendi võrra. Koostab, tegurdab ning lihtsustab algebralisi ja arvavaldisi.
Vahendite kasutamine	Kasutab matemaatilisi ja muid mõõtevahendeid; loeb skaalasid, joonestab sirgeid, nurki ja kujundeid etteantud andmete põhjal. Kasutab nurklauda ja sirklit, et konstrueerida etteantud andmete põhjal lõigu keskristsirget ja nurgapoolitajat, kolmnurki ning nelinurki.
Mõistete kasutamine	
Teadmine	Teab, et pikkus, pindala ja maht jäävad teatavatel tingimustel samaks; tunneb selliseid mõisteid nagu sisaldumine, välistamine, üldisus, võrdne tõenäosus, esitus, tõestus, põhiarv ja järgarv, matemaatiline seos, numbri asukoha tähendus arvus.
	Näide 8. klassi ülesande kohta. Õpilane teab, et kui mündi viiel järjestikusel heitel on tulemus “kull”, siis on järgmise

	<p>heite tulemuse puhul variandid “kull” ja “kiri” võrdselt tõenäosed.</p>
Liigitamine	<p>Liigitab objekte, kujundeid, arve, avaldise ja mõisteid ühiste tunnuste põhjal; teeb õigeid otsuseid mingisse liiki kuulumise kohta; järjestab arve ja objekte nende tunnuste põhjal.</p> <p>Näide 8. klassis nõutava kohta. Õpilane valib ühte rühma sellised suuruste paarid (pikkused, massid, maksumused jne), kus esimene suurus on teisest suurem.</p>
Eri viisidel esitamine	<p>Esitab arve erinevate mudelite abil; esitab matemaatilisi andmeid või muud infot diagrammidel, tabelites, graafikutel; oskab tuua matemaatilise suuruse või seose väljendamiseks samaväärseid esitusi.</p> <p>Näide 8. klassis nõutava kohta. Õpilane esitab etteantud funktsiooni valemi põhjal arvupaare, mis seda valemit rahuldavad.</p>
Sõnastamine	<p>Sõnastab probleeme või olukordi, mida on võimalik etteantud võrrandite või avaldistega modelleerida.</p> <p>Näide 4. klassi ülesande kohta. Jane on lugenud 29 lk oma raamatust. Raamatus on 87 lk. Sellisel juhul on võrduses $87 - __ = 29$) otsitavaks Janel seni lugemata lehekülgede arv. Nimeta veel üks olukord, kus saaks seda võrdust kasutada.</p> <p>Näide 8. klassi ülesande kohta. Võrrandit $4x + 3 = 51$ saab kasutada järgmist ülesannet lahendades. Neli kasti on täidetud golfipallidega. 3 golfipalli ei mahtunud kastidesse. Kui palju on igas kastis golfipalle, kui neid oli kokku 51? Koosta ülesanne, mille puhul saaks kasutada võrrandit $25 - 3x = 1$ (Ära võrrandit lahenda.)</p>

Eristamine	Eristab küsimused, millele on antud info põhjal (nt andmekogum) võimalik vastata, nendest küsimustest, millele vastata ei saa.
	Näide 8. klassi ülesande kohta. Antud on klassi poiste kaalud. Õpilane otsustab, millistele järgmistest küsimustest on võimalik leida vastus. Milline on klassi poiste keskmine kaal? Kas klassi poisid kaaluvad keskmiselt rohkem kui sama klassi tüdrukud? Mitu poissi on raskemad kui 70 kg? Kui vanad on selle klassi õpilased?

Rutiinsete ülesannete lahendamine

Valimine	Valib ülesannete lahendamiseks efektiivse meetodi või strateegia, kui ülesannet saab lahendada tuttava algoritmi või lahendusmeetodi abil (st algoritm või meetod peaks sihtrühma õpilastele tuttav olema). Valib sobiva algoritmi, valemi või ühiku.
	Näide 8. klassis nõutava kohta. On antud ülesanne, mida on võimalik modelleerida lihtsa võrrandiga. Õpilane peab valima etteantute seast sobiva võrrandi.
Modelleerimine	Koostab rutiinse ülesande jaoks sobiva mudeli, nt võrrandi või diagrammi.
Tõlgendamine	Tõlgendab etteantud matemaatilisi mudeleid (võrrandeid, diagramme jne); järgib ja täidab matemaatilisi juhendeid.
Rakendamine	Rakendab fakte, protseduure ja mõisteid rutiinsete matemaatiliste (sh igapäevaelu) ülesannete lahendamisel.
Kontrollimine	Kontrollib ülesande lahenduse õigust. Hindab, kas see lahendus on mõistlik.

Näide 8. klassi ülesande kohta. Jaak tahab teada, kui kaugele sõidab lennuk 3,5 tunniga tippkiirusel 965 km/h. Ta kasutab oma taskuarvutit, et korrutada 3,5 arvuga 965, ja teatab oma sõbrale Annele, et tulemus on 33 775 km. Anne vastab, et see vastus ei saa õige olla. Kuidas ta seda teab?

Arutlemine

**Hüpoteeside
püstitamine**

Teeb asjakohaseid oletusi erinevaid seaduspärasusi ja mustreid uurides, ideede üle arutledes, mudeleid soovitades, andme- kogumeid uurides. Oskab ette näha mingi tegevuse, eksperimendi tulemust (arvnäitajat, seaduspärasust, kogust, teisendust jne) enne selle tegemist.

Analüüsimine

Näide 8. klassi ülesande kohta. Kaksikalgarvud on algarvud, mille vahele jääb vaid üks arv. Näiteks on 5 ja 7, 11 ja 13, 17 ja 19 kaksikalgarvude paarid. Tee oletusi kaksikalgarvude vahele jäävate arvude kohta.

Määrab kindlaks, kirjeldab või kasutab muutujate või objektide vahelisi matemaatilisi seoseid. Analüüsib statistilisi andmeid ühe tunnuse piires. Tükeldab geomeetrilisi kujundeid, et lihtsustada ülesande lahendamist. Joonestab etteantud tundmatu keha pinnalaotuse. Teeb etteantud andmestiku põhjal paikapidavaid järeldusi.

Hindamine

Hindab kriitiliselt matemaatilist ideed, oletust, meetodit, ülesande lahendamise strateegiat, tõestust jne.

Üldistamine

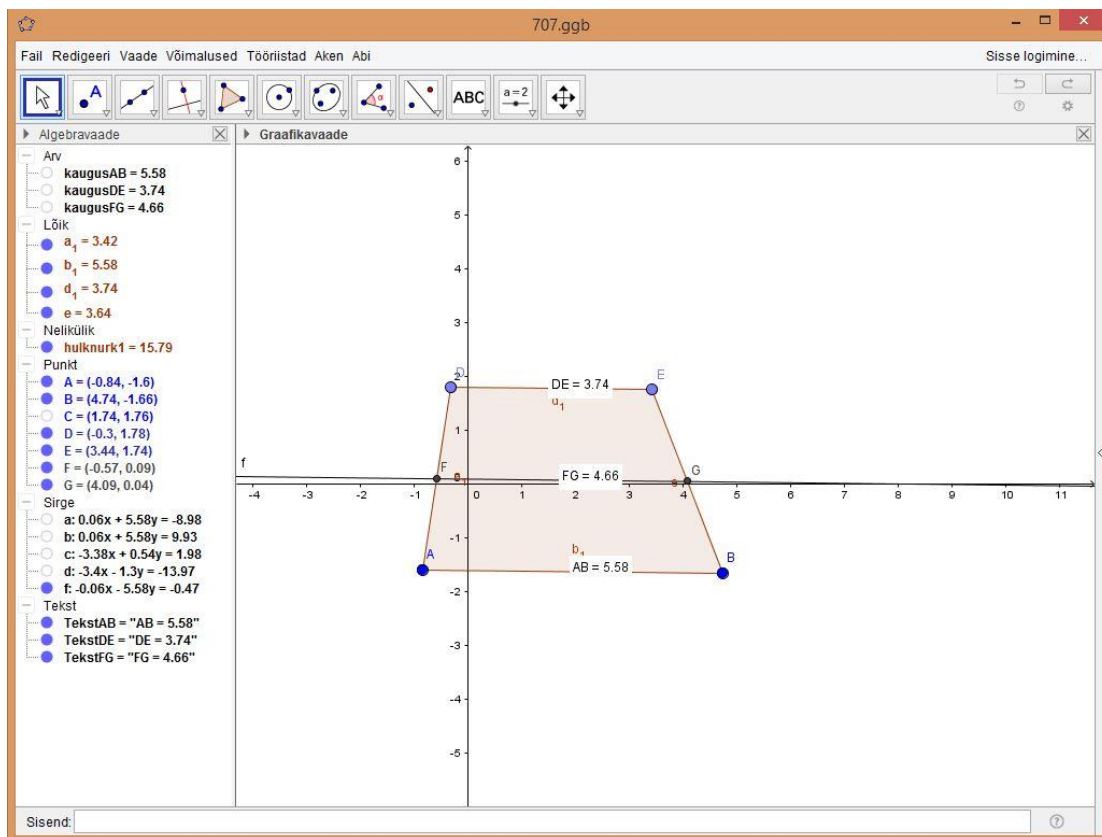
Näide 8. klassis nõutava kohta. Õpilasel tuleb kommenteerida uuringut, milles on tehtud ilmselgeid vigu (valim on liiga väike, ei ole esinduslik jne).

Laiendab antud ülesande lahendamisel rakendatava matemaatilise toimingu kasutusvaldkonda. Sõnastab seejuures tulemused üldisemas ja avaramas kontekstis.

Näide 8. klassi ülesande kohta. Teades, et kolmnurga nurkade summa on 180° , ning lähtudes joonisest, kus 4, 5 ja 6 tipuga hulknurgad on jagatud kolmnurkadeks, kirjelda iga hulknurga tippude arvu ning hulknurga sisenurkade summa vahelist seost.

Seostamine	Seostab uued teadmised juba olemasolevatega; loob seoseid erinevate teadmiste ja nende erinevate esituste vahel; loob seoseid omavahel seotud matemaatiliste ideede ja objektide vahel.
Sünteesimine	Tulemuse saamiseks kombineerib matemaatilisi protseduure. Ühendab juba saadud tulemusi uute tulemuste saamiseks.
	Näide 8. klassis nõutava kohta. Õpilane peab ülesande lahendamiseks oskama võrrelda ja sünteesida kahel graafikul esitatud infot.
Mitterutiinsete ehk probleemülesannete lahendamine	Lahendab selliseid puhtmatemaatilisi või igapäevaeluga seotud ülesandeid, millega ta varem pole tõenäoselt kokku puutunud.
	Näide 8. klassis nõutava kohta. Õpilasele on antud konkureerivate toodete reklaamides esitatud andmed ja ostutingimused. Arvestades neid, peab ta valima sobivad näitajad ja leidma tee, kuidas nende abil otsustada, kumba toodet oleks kasulikum osta.
Arutlemine/ Põhjendamine	Esitab tõendid mingi tegevuse või väite tõesuse kohta, tuginedes matemaatikas varem omandatule; arendab matemaatilist arutlust, et väidet tõestada või ümber lükata.
	Näide 8. klassi ülesande kohta. Tõesta, et mis tahes kahe paaritu arvu summa on paarisarv.

LISA 3. Ekraanipilt GeoGebra algebra- ja geomeetriaaatest



LISA 4. Õppematerjalide analüüsi protokoll

Ülesande info (ülesande number/URL):

Defineerimine ja tõestamine. Kolmnurk.		
<i>Alateema</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
Definitsioon		
Aksioom		
Teoreemi eeldus ja väide		
Näiteid teoreemi tõestamise kohta		
Kahe sirge lõikamisel kolmanda sirgega tekkivad nurgad		
Kahe sirge paralleelsuse tunnused		
Kolmnurga välisnurk, selle omadus		
Kolmnurga sisenurkade summa		
Kolmnurga kesklõik, selle omadus		
Kolmnurga mediaan		
Mediaanide lõikepunkt, selle omadus		
Trapets		
Trapetsi kesklõik, selle omadus		
Ringjoon ja korrapärane hulknurk		
<i>Alateema</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
Kesknurk		
Ringjoone kaar		
Kõõl		
Piirdenurk, selle omadus		
Ringjoone lõikaja ja puutuja		
Ringjoone puutuja ja puutepunkti joonestatud raadiuse ristseis		
Kolmnurga ümber- ja siseringjoon		
Kõõl- ja puutuja hulknurk, apoteem		
Kujundite sarnasus		
<i>Alateema</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
Võrdelised lõigud		
Sarnased kolmnurgad		
Kolmnurkade sarnasuse tunnused		
Sarnaste hulknurkade ümbermõõtude suhe		
Sarnaste hulknurkade pindalade suhe		
Maa-ala kaardistamise näited		
Ülesande lahendamiseks vajaminevad oskused		
<i>Alateema</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
Faktide ja protseduuride teadmine		
Mõistete kasutamine		
Rutiinsete e harjumuspäraste ülesannete lahendamine		
Arutlemine		
Terve ülesande lahendamine eeldab GeoGebra kasutamist		
Kas ülesande lahendamisel peab kasutama GeoGebrat?		

Tööriistade arv
Erinevate tööriistade arv ülesannete lahendamisel

LISA 5. Ankeet

Hea 8. klassi matemaatikaõpetaja!

GeoGebra on üks programme, mida matemaatikaõpetajad õppetöös kasutavad. Soov on täpsemalt teada saada, kuidas ja missugusteks tegevusteks õpetajad GeoGebrat kasutavad. Selleks, et aidata õpetajal endil ning koolitajatel koostada selliseid GeoGebraga kasutatavaid materjale, millest õpetajatel praegu kõige enam puudus on, on tarvis Teie abi.

Käesolev ankeet uurib õpiprogrammi GeoGebra kasutamist 8. klassi geomeetria teema õpetamisel ning valmismaterjalide sobivust õppetöös kasutamiseks. Vastamisel lähtuge 8. klassi geomeetria teema õpetamisest ning Teie arvamusest. Siin ei ole õigeid ega valesid vastuseid. Ankeet on anonüümne ning saadud andmeid kasutatakse ainult uurimistöö eesmärgil. Küsimuste tekkimisel olen meeleldi nõus neile vastama.

Lugupidamisega

TÜ magistrant Marili Rõõm

mariliroom@gmail.com

I GeoGebra kasutamine

Olen GeoGebrat kasutanud

- a) alla 1 aasta
- b) 1 - 3 aastat
- c) 3 – 4 aastat
- d) üle 5 aasta

Algteadmised GeoGebrast omandasin: (valige üks või mitu)

- a) iseseisvalt
- b) kolleegide abiga
- c) koolitustel
- d) õpetajakutset omandades
- e) muu

Palun andke oma hinnang järgnevatele väidetele.

1 - ei nõustu üldse, 2 - pigem ei nõustu, 3 - ei oska öelda, 4 - pigem nõus, 5 - täiesti nõus

	1	2	3	4	5
Kasutan GeoGebrat tundide ettevalmistamisel					
Kasutan GeoGebrat tundide läbiviimisel					
Kasutan GeoGebrat õpilastele kodutööde andmisel					

Palun andke oma hinnang järgnevatele väidetele.

1 - ei nõustu üldse, 2 - pigem ei nõustu, 3 - ei oska öelda, 4 - pigem nõus, 5 - täiesti nõus

	1	2	3	4	5
Arvutiklassis on võimalik GeoGebrat kasutades tunde läbi viia					
Koolis on piisavalt vahendeid (arvuti, tahvelarvuti, <i>smart</i> -tahvel jne) GeoGebra kasutamiseks					
Minu arvutikasutamisoskus on GeoGebra kasutamiseks piisav					
Õpilaste valmisolek ja oskused on GeoGebra kasutamiseks piisavad					
GeoGebra kasutamine on ajakulukas					

II GeoGebraga seotud materjalide kasutamine tundides

Palun andke oma hinnang järgnevatele väidetele.

1 - mitte ühelgi korral, 2 – vähem kui pooltes tundides, 3 – umbes pooltes tundides, 4 – rohkem kui pooltes tundides, 5 - peaaegu igas tunnis

GeoGebraga seotud materjalidest olen tundides kasutanud...

	1	2	3	4	5
õpikus olevaid materjale					
internetis olevaid materjale					
koolitusel teiste poolt koostatud materjale					
koolitusel enda koostatud materjale					
enda koostatud materjale					
Muudan teiste koostatud materjale enne tundides kasutamist (viidates korrektselt algsele autorile)					

1 - mitte ühelgi korral, 2 – vähem kui pooltes tundides, 3 – umbes pooltes tundides, 4 – rohkem kui pooltes tundides, 5 - peaaegu igas tunnis

	1	2	3	4	5
Lasen õpilastel GeoGebra abil iseseisvalt eksperimenteerida					
Kasutan GeoGebrat arutelu tekitamiseks					
Kasutan GeoGebrat, kui selgitan õpilastele teooriat					
Kasutan ise GeoGebrat uue teema käsitlemisel ülesannete lahendamiseks					
Õpilased lahendavad GeoGebraga uue teema käsitlemisel ülesandeid					
Kasutan ise GeoGebrat õpilastega kordamisel					
Õpilased kasutavad GeoGebrat kordamisel					

Kasutan GeoGebrat

õpilastele konspektide koostamisel
õpilastele töölehtede koostamisel
õpilaste individuaalse töö korral

rühmatöö korral
paaristöö korral
andekatele õpilastele eriülesannete andmisel
nõrgematele õpilastele eriülesannete andmisel

III GeoGebraga seotud õppematerjalid

Palun andke oma hinnang järgnevatele väidetele.

1 - ei nõustu üldse, 2 - pigem ei nõustu, 3 - ei oska öelda, 4 - pigem nõus, 5 - täiesti nõus

	1	2	3	4	5
Õpikutes leidub minu arvates piisavalt GeoGebraga seotud materjale 8. klassi geomeetria teema käsitlemiseks					
Internetis leidub minu arvates piisavalt GeoGebraga seotud materjale 8. klassi geomeetria teema käsitlemiseks					

Olen leidnud piisavalt GeoGebraga seotud materjale

teema *Defineerimine ja tõestamine* käsitlemiseks
teema *Kolmnurk* käsitlemiseks
teema *Ringjoon* käsitlemiseks
teema *Korrapärane hulknurk* käsitlemiseks
teema *Kujundite sarnasus* käsitlemiseks
mille abil õpilased saavad iseseisvalt eksperimenteerida
arutelu tekitamiseks
(nt enne kontrolltööd) kordamiseks
mida uue teema käsitlemisel ülesannete lahendamiseks kasutada
õpilaste individuaalse töö korral kasutamiseks
rühmatöö korral kasutamiseks
paaristöö korral kasutamiseks
mida kasutada kontrolltöödena
mida kasutada õpilaste konspektidenä
mida kasutada töölehtedenä
mida andekate õpilastega kasutada
mida nõrgemate õpilastega kasutada
milles suunatakse õpilasi arutelule
mida õpilased saavad kasutada rutiinsete ülesannete lahendamisel
mille kasutamisel õpilased saavad rakendada õpitud mõisteid
erinevates situatsioonides
mille kasutamisel on õpilastel vaja tunda fakte ja protseduure

Teie tähelepanekud ja soovitusel

.....
.....

IV Taustaküsimused

Teie vanus a) kuni 30 b) 31-40 c) 41-50 d) 51-60 e) üle 61

Teie sugu: a) mees b) naine

Teie staaž matemaatikaõpetajana a) alla 1 aasta b) 1 - 4 aastat c) 5 - 10 aastat d) 11 - 20 aastat e) 21 - 30 aastat f) üle 31 aasta

Teie haridus: 1) kesk- või keskeriharidus 2) kõrgharidus 3) magistrikraad 4) muu

Teie kool on a) maakool b) linna kool

Missuguses maakonnas asub Teie kool? 1) Harjumaa 2) Hiiumaa 3) Ida-Virumaa 4) Jõgevamaa 5) Järvamaa 6) Läänemaa 7) Lääne-Virumaa 8) Pärnumaa 9) Põlvamaa 10) Raplamaa 11) Saaremaa 12) Tartumaa 13) Valgamaa 14) Viljandimaa 15) Võrumaa

Tänan Teid, et leidsite aega ankeedile vastamiseks!

LISA 6. Koolielu portaali ja matemaatikaõpiku ülesannete kaardistamise näide ülesande 707 (Kaljas et al., 2013) põhjal

Tegevused	Tegevuste kirjeldus	Analüüsi protokoll kantud tunnused
Ülesande kandmine analüüsi	<p>Õpikutes leiduvate GeoGebraga seotud ülesannete kaardistamist alustati õpiku algusest. (Koolielu portaal is õppematerjalide kaardistamiseks kasutati <i>Õppevara</i> -> <i>Matemaatika</i> -> <i>III kooliaste</i> -> <i>Geomeetria</i> õppekavapuu olevat teemade jaotust.)</p> <p>Ülesannete kaardistamise puhul tehti kindlaks, kas ülesanne on 8. klassi geomeetria teema ülesanne ning kas ülesande lahendamisel tuleb kasutada GeoGebra programmi või ülesanne on koostatud GeoGebraga. (GeoGebraga koostatud ülesannete faililaiend on .ggb.) Kui eelnevad tingimused olid täidetud, kanti õppematerjal analüüsi protokoll, arvestades seda, et kui ülesanne sisaldas mitut alaülesannet, siis analüüsi protokoll lisati üks kirje ning ülesande analüüsimisel võeti arvesse ka ülesande neid osasid, mis GeoGebra kasutamist ei eeldanud.</p> <p>Ülesande 707 puhul esimese kahe alaülesande juhendid ei ütle, et lahendamisel tuleb kasutada GeoGebrat. Alaülesande 3 juhis ütleb "Kasuta programmi GeoGebra ja veendu selle abil trapetsi kesklõigu omadustes".</p>	Ülesanne 707 kanti analüüsi protokoll.
Geomeetria alateema määramine	Alateema määramisel pandi kirja ainult see teema, mille kohta ülesanne konkreetselt käis.	<i>Trapetsi kesklõik, selle omadus</i> lahtrisse lisati „1“, teiste

	<p>Ülesande 707 puhul olid teemade loendis eraldi olemas alateemad nimega <i>Trapets</i> ja <i>Trapetsi kesklõik, selle omadus</i>. Kuna vaadeldav ülesanne käsitles trapetsi kesklõiku ja selle omadusi, siis teema <i>Trapets</i> jäeti kõrvale.</p>	<p>alateemade lahtritesse lisati tunnus „0“.</p>
<p>Ülesande lahendamise üldised omadused</p>	<p>Trapetsi joonestamiseks kasutati tööriistu „Sirge“, „Punkt“, „Paralleelne sirge“, „Lõika“, „Hulknurk“. Kuna ülesande juhend tõi eraldi välja, et ülearused sirged tuleb ära peita, siis "Näita objekti" lisati tööriistade loendisse. Trapetsi kesklõigu joonestamiseks olid vajalikud tööriistad „Keskpunkt“ ja „Paralleelne sirge“, aga kuna paralleelse sirge joonestamine oli osa trapets joonestamisest, seda enam ei arvestatud. Trapetsi aluste ja kesklõikude pikkuste leidmiseks kasutati tööriista "Kaugus või pikkus". Ülesande juhendis on kirjas, et tuleb kasutada tööriista "Liiguta", et näidata trapetsi omaduste kehtima jäämist. Kokku tuli kasutada üheksat erinevat tööriista.</p>	<p>„Erinevate tööriistade arv ülesannete lahendamisel“ lahtrisse kanti „9“.</p>
	<p>Ülesande juhendis oli öeldud, et tuleb kasutada tööriista „Liiguta“ ja lohistada trapetsit ühest tipust, et näidata trapetsi omaduste kehtima jäämist.</p>	<p>„Kas ülesande lahendamisel peab kasutama GeoGebrat?“ lahtrisse kanti „1“.</p>
	<p>Kuna ülesandel oli kaks alaülesannet, mille juhendid ei toonud välja GeoGebra kasutamist, siis kogu ülesanne ei olnud lahendatav GeoGebrat kasutades.</p>	<p>„Terve ülesande lahendamine eeldab GeoGebra kasutamist“ lahtrisse kanti „0“.</p>

Ülesande lahendamiseks vajaminevate oskuste määramine (Oskuste kirjeldus on lisatud <i>Lisasse 2</i>)	Oskuse „Faktide ja protseduuride tundmine“ üks alapunkte oli „Vahendite kasutamine“, mille kohaselt õpilane kasutas mõõtevahendeid ning joonestas etteantud andmete põhjal sirgeid ja kujundeid.	„Faktide ja protseduuride tundmine“ lahtrisse kanti „1“.
	Oskuse „Mõistete kasutamine“ ühes alaoskuses „Teadmine“ oli välja toodud, et õpilane tunneb mõistet „tõestus“. Ülesande kahe esimese alaülesande juhendid ütlesid, et läbi tuleb töötada teoreem trapetsi kesklõigust ja selle tõestus ning püüda iseseisvalt teha joonis ning teoreem tõestada.	„Mõistete kasutamine“ “ lahtrisse kanti „1“.
	Ükski oskuse „Rutiinsete ülesannete lahendamine“ alaoskustest ei olnud ülesande lahendamiseks vajalik.	„Rutiinsete ülesannete lahendamine“ lahtrisse kanti „0“.
	Oskuse „Arutlemine“ üks alaoskustest „Analüüsimine“ ütles, et õpilane määrab kindlaks objektide vahelisi matemaatilisi seoseid. Ülesandes tuleb teha järeldus trapetsi kesklõigu paralleelsuse kohta trapetsi teise alusega.	„Arutlemine“ lahtrisse kanti „0“.

LISA 7. Matemaatikaõpetajatele saadetud e-kiri

Hea 8. klassi matemaatikaõpetaja!

Olen Tartu Ülikooli magistrant Marili Rõõm ning oma magistritöös uurin õpiprogrammi GeoGebra kasutamist 8. klassi geomeetria teema õpetamisel ning valmismaterjalide sobivust õppetöös kasutamiseks. Kui Te õpetasite matemaatikat eelmisel (2015/2016) õppeaastal ja kasutasite GeoGebrat kolm või enam korda, siis palun teil vastata järgnevale ankeedile:

<https://goo.gl/forms/btWN5lf2OTgaFvVu2>

Teie vastuste põhjal annan soovitusi, missuguseid GeoGebraga seotud õppematerjale oleks 8.klassi geomeetria käsitlemiseks juurde vaja. See oleks sisendiks õpetajatele, kes materjale koostavad ning teistega jagavad ja ka koolitajatele oma tegevusi planeerides. Sobivad valmismaterjalid aitavad vähendada ajakulu sobivate õppematerjalide leidmisel ning hoida sellega aega kokku tundide ettevalmistamisel.

Ankeet on anonüümne ning saadud andmeid kasutatakse ainult uurimistöö eesmärgil. Küsimuste tekkimisel olen meeleldi nõus neile vastama.

Lugupidamisega

TÜ magistrant Marili Rõõm

mariliroom@gmail.com

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina Marili Rõõm (sünnikuupäev: 23.04.1986)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose „GeoGebraga seotud õppematerjalid Koolielu portaalil ja matemaatikaõpikutes ning matemaatikaõpetajate hinnangud GeoGebra kasutamisele 8. klassis geomeetria teema käsitlemisel“, mille juhendaja on Piret Luik,

1.1. reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;

1.2. üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 18.05.2017